

# 參與 Nicolas Bourbaki 的二十五年<sup>†</sup> (1949~1973)

Armand Borel<sup>‡</sup>

翻譯：黃馨霽

Armand Borel (1923~2003), 瑞士數學家, 研究代數拓樸、李群理論, 在李群、代數群和算術群有根本的貢獻。本文 *Twenty-Five Years with Nicolas Bourbaki, 1949~1973* 原載 *Notices of the AMS*, 373-379, March(1998). 著作權歸 Armand Borel 所有, 得到作者家人及 AMS 同意翻譯及刊載, 謹此致謝。

— 編輯室

1949~1973 這段期間是根據我自己的 Bourbaki 經驗所做的選擇, 大致涵蓋我對 Bourbaki 工作有第一手認識的時期 — 從開始與多數成員私下接觸, 成為其中一員的 20 年, 直到 50 歲強制退休。

由於這篇文章大多根據個人的記憶, 敘述上坦白講是主觀的。當然, 我曾將自己的記憶和現有史料比對, 但後者某方面來說很有限: 關於 Nicolas Bourbaki 的定位和總體目標的討論不多<sup>1</sup>, 其他成員可能也會有不一樣的看法。

爲了整體的脈絡, 我先簡要地陳述 Bourbaki 的前 15 年, 這 15 年在文獻上有詳實的記載<sup>2</sup>, 我就長話短說。

本文所考量的法國大學和研究所的數學, 在 1930 年代初情況極爲糟糕。一次世界大戰基本上消滅了整個世代, 年輕世代的數學家必須仰賴前輩指引, 包括強調分析、被稱作 1900 學派裡的主要知名人物。那時一些年輕法國數學家 (J. Herbrand, C. Chevalley, A. Weil and J. Leray) 參訪德國的研究中心<sup>3</sup> 後發現, 關於國外當前的發展, 特別是正蓬勃興起的德國學派(哥廷根、漢堡及柏林學派), 能取得的資訊很少。

<sup>†</sup>本文是作者 1995 年 10 月於德國波鴻大學參加紀念 R. Remmert 的研討會, 以及 1996 年九月於義大利第里雅斯特國際理論物理中心演講的衍伸。經作者同意, 刊載於 *Notices of AMS* 及 *Mitteilungen der Deutsche Mathematiker-Veremigung*。

<sup>‡</sup>Armand Borel 撰文時爲美國普林斯頓高等研究院數學榮譽退休教授。

<sup>1</sup>Bourbaki 在巴黎 *Ecole Normale Superieure* 的檔案包括了報告、總覽、各個章節從起草到定稿逐次的草稿或與之相左的草稿、針對討論結果的評論以及被稱作「Tribus」的大會紀錄。這些主要記錄了未來稿件的規畫、決定、承諾, 還有笑話, 有時還有詩篇。

<sup>2</sup>見 [2, 3, 6, 7, 8, 14]。

<sup>3</sup>這方面可參閱 [8, pp.134-136]。

1934 年 A. Weil 和 H. Cartan 在斯特拉斯堡大學 (University of Strasbourg) 擔任助理教授，主要的職責之一當然是教授微分跟積分學。當時標準的授課用書是 E. Goursat 的 *Traité d'Analyse*，但他們覺得在很多方面不太夠用，Cartan 常纏著 Weil 討論如何呈現教材。爲了一勞永逸、解決所有問題，有一次 Weil 提議不如自己來寫新的 *Traité d'Analyse*。這個提議一傳開，很快便有十來位數學家固定見面籌畫新書。不久便決定這本書不彰顯個人的貢獻，將是集體著作。1935 年夏，Nicolas Bourbaki 被選爲共同作者的筆名<sup>4</sup>。

幾年來小組成員迭有變動，有些最早加入的很快就退出，新的成員加入。後來對於成員的加入及退休有一套固定的程序，就不在此細述。讓我只提一下最初形塑 Bourbaki，並且投入大量時間心力直到退休的真正「創始元老」：

Henri Cartan  
Claude Chevalley  
Jean Delsarte  
Jean Dieudonné  
André Weil

他們先前都是巴黎高等師範學校 (Ecole Normale Supérieure) 的學生，分別生於 1904, 1909, 1903, 1906 和 1906 年<sup>5</sup>。

如何處理參考的背景資料是第一個待解決的問題，大多現存的書籍都無法盡如人意，即便是 B. v. d. Waerden 令人耳目一新的 *Moderne Algebra*，也沒有完全切中需求(以德文書寫也是一個原因)。此外，他們想採用更精確嚴謹的風格，捨棄法國傳統沿用的方式論述，於是決定從零開始，多次討論後，將這個基礎教材分成六「冊」，每一冊可能還分成好幾卷，也就是：

- 第一冊、集合論 (Set Theory)
- 第二冊、代數 (Algebra)
- 第三冊、拓樸學 (Topology)
- 第四冊、單實變函數 (Functions of One Real Variable)
- 第五冊、拓樸向量空間 (Topological Vector Spaces)
- 第六冊、積分 (Integration)

這些書將依照順序排列，書中引用的參考資料只能是此書前面提到的內容，或是排序在前的書中內容。1938 年「數學原本 (Elements de Mathématique)」被選爲書名，值得一提的是，書名中用的是「Mathématique」而不是常見的「Mathématiques」，少了「s」想當然是刻意的，

<sup>4</sup>名稱的由來參見 [3]。

<sup>5</sup>他們都有實質的貢獻，我得以第一手見證 Cartan、Chevalley、Dieudonné 和 Weil 的付出，Delsarte 在我加入時已經不那麼活躍，不過 Weil 一再在言談中強調他的重要性，參見 [14] 以及 Cartan、Dieudonné、Schwartz 的評論 [3, pp.81-83]。特別在凝聚及維繫這樣一群個性強、頗有脾氣的人所組成的團體上，Delsarte 扮演了重要的角色。此外，第四冊單實變函數顯然大部分出自於他。早期的其他成員，特別是 Szolem Mandelbrojt 和 Rene de Possel，在小組最初的工作上也貢獻良多。

用來標誌 Bourbaki 一以貫之的數學理念。

第一卷是 1939 年出版的 *Fascicle of Results on Set Theory*, 40 年代則出版了《拓樸學》和三卷《代數》。

那時我是蘇黎世聯邦理工學院 (E.T.H.) 的學生, 後來成為助理, 我讀 Bourbaki 的書從中學習, 特別是 *Multilinear Algebra*, 當時沒有其它書可與之比擬, 雖然有些地方不盡如人意。書中枯燥、完全不考量讀者的行文風格、力求涵蓋最一般的情形, 毫無彈性只引用內部資料 (除了歷史註記之外) 完全沒有外部資料的參考制度, 讓我頗受其苦。對許多人來說, 該書的論述風格代表數學趨於為求廣義而廣義, 遠離特定問題傾向的示警。H. Weyl 是持這種看法的人之一, 他的老朋友也是前同事 M. Plancherel 也有同感, 當時我擔任 Plancherel 的助理, 間接知道 Weyl 的看法。

1949 年秋, 受益於蘇黎世聯邦理工學院和法國國家科學研究中心剛締結的交換協定, 我獲得國家科學研究中心 (Centre National de la Recherche Scientifique, C.N.R.S.) 的獎助到巴黎, 很快就認識 Bourbaki 的一些資深成員 (H. Cartan, J. Dieudonné and L. Schwartz), 更受益於和年輕一輩私底下的交流, 特別是 Roger Godement、Pierre Samuel 以及 Jacques Dixmier, 最重要的還有 Jean-Pierre Serre, 開始了我和他對數學深入的討論和親密的友誼。當然我也參加 Bourbaki 每年三次的研討會, 每次都有六場針對新近數學發展的專題演講。

第一次的接觸很快就讓我對 Bourbaki 改觀。所有人 — 資深的當然見多識廣, 年輕的也不遑多讓, 都有開闊的眼界。他們知道的既深又廣, 共同以一種有效率的方式吸收數學, 抓住重點, 而且以更容易理解、概念化的方式重塑數學。即便討論的是我比他們還熟悉的題目, 他們犀利的提問, 常讓我覺得自己的思考仍不夠透徹。這樣的方式在 Bourbaki 一些研討會的演講中也很常見, 像是 Weil 對  $\theta$  函數 (Exp.16, 1949) 的演講或是 Schwartz 對 Kodaira 在數學年刊調和積分的論文所做的演講 (Exp.26, 1950), 都是如此。當然, 他們不會忽略特殊的問題, 事實上大部分的討論以這些問題為基本核心。不過寫書顯然又另當別論。

不久我受邀參加 Bourbaki 大會 (的某些會議), 整個人陷入一團混亂中。這是為了出書私下進行的事務 (每年固定三次: 其中兩次為期一週, 另一次約兩週), 通常討論一些章節的草稿, 或者針對那時或後來考慮收入書中主題所做的初步報告。內容由一位成員逐行大聲唸出, 每個人都可以在任何時間點打岔、評論、提問或批評。「討論」往往變成一場叫囂的混戰。Dieudonné 聲音宏亮, 偏好明確的論點和極端的看法, 我注意到他參與任何談話都會不自覺地提高音量。但我還沒有對當晚的所見所聞做好準備:「高分貝的長篇大論此起彼落, 彷彿各說各話。」是我第一晚參加會議為自己歸結出的印象, 跟 Dieudonné 在 [8] 的評論所見略同:

某些受邀旁觀 Bourbaki 會議的外國人, 得出的印象往往是, 這是群瘋子的聚會。他們無法想像這些人, 有時三到四個聲音同時叫囂, 能得出什麼高明的見解

.....

直到約莫十年前，我讀了 1961 年 Weil 關於數學領域裡組織與顛覆組織的講稿後，才了解這樣混亂的場面，撇開大呼小叫，其實有其用意。以下節錄部分 Weil 談到 Bourbaki 說的話(意譯)：

…… 我們的討論保持一種刻意為之的失序。小組會議中從來沒有主席，每個人都可以暢所欲言，都有權利打斷別人……

這種混亂無章的討論方式隨著 Bourbaki 的存在延續下去……

在好的組織中，每個人理當會分派到一個主題或章節，但我們從來沒有想過要這麼做……

從這樣的經驗具體學到的是，在組織之下所做的任何努力，會使得編出來的書最終與其它的書沒有什麼兩樣。

顯然其中蘊含的想法真的很新潮，比起中規中矩地討論，互相挑戰質疑更能激盪出開創性的想法。當這些想法凝聚，Bourbaki 的成員會說：「我的精神來了！(l'esprit a soufflé)」這是真的，「活力迸發」(或者應該說火力四射) 的討論後，精神的確會比安靜討論後高昂。

其它的運作規則似乎降低在有限時間內出書的可能性：

每次只讀一篇草稿，每個人都被要求參與每件事情，一章可能要六易其稿，甚至更多。初稿由專家執筆，但任何人都可能被要求接手後來的草稿，付出和報酬幾乎不成正比。Bourbaki 可以隨時改變心意，一篇草稿可能被撕成碎片，由新的提案取代。依據提案寫出來的下個版本，不見得比較好，Bourbaki 可能選擇別的方式，甚或決定上個版本才比較好等等，有時演變成前後兩篇週期性的輪換。

爲了不要讓事情進展得那麼快(至少看來如此)，不採用多數決來決定是否出版：所有的決定都需要全體一致同意，每個人都有否決權。

然而，儘管有這些阻礙，Bourbaki 的書仍持續出版。爲何這樣繁瑣沒效率的過程能達陣，就連創始成員都感到不可思議(見 [6, 8])。我不會假裝自己能完全解釋這個現象，但我仍想大膽給出兩個原因。

第一個是成員堅定的承諾，對於這項艱鉅計畫的價值抱有強烈的信念，無論目標看來多麼遙遠，都願意付出許多時間和心力。一般舉行大會的日子有三場會議，長達 7 小時艱難、時而緊繃的討論，相當累人！再加上寫稿，有時稿子很長，需要好幾週，每週花上許多時間甚至幾個月才能完成，這些稿子如果沒被退件，就得面對嚴峻的批評，或是讀了幾頁當場逕退，或擱置一旁(「放入冰箱」)。很多稿子即便讀時大家有興趣，卻沒有出版。就拿我參加的第二場會議的重頭戲爲例，Weil 有篇超過 260 頁關於流形及 Lie 群的稿子，題爲「Brouillon de calcul infinitésimal」，以「nearby points」的概念爲基礎，推廣 Ehresmann 的 jets。其後 Godement 以 150 頁的文章對此加以詳述，不過 Bourbaki 從未出版任何關於 nearby points 的文章。



另一方面，接受的稿件都經過整合，完全不提作者是誰。總之，這是真正無私、匿名又吃重的工作，基於對數學和諧與極致簡潔的信念，一群人致力於以最好的方式來呈現、說明基礎數學。

第二個原因是 Dieudonné 超人的效率。我沒有計算頁數，但可以想見他寫的比其他任兩位或三位成員加起來還多。約有二十五年的時間，他的一日之計從為 Bourbaki 寫幾頁稿子開始（可能在彈了一小時鋼琴之後）。更值得一提的是，他在成員期間甚至其後，除了自身的工作外，還負責稿件的定稿、習題，以及這段期間所有書籍（約三十卷）的出版作業。

無庸置疑，很大程度上這成就了整套書籍風格的統一，不致突顯任何個人的貢獻。但這不完全是 Dieudonné 的風格，而是他為 Bourbaki 所採用的風格，也不是其他成員的個人風格，除了 Chevalley 以外，但即便是 Bourbaki，也覺得他的風格有時顯得過於艱澀，他的稿子往往因為「太過抽象」而遭拒。Weil 對 Chevalley [12, p.397] 的一本書有如下的評語：「非常不人性化的書……」，也是許多人對 Bourbaki 的評語。另一個使這些書難以親近、對讀者非常不友善<sup>6</sup> 的原因，正是最後定稿的過程。有時初稿有能幫助讀者理解、頗具啟發性的論點，但在大家一起讀稿的時候，這個版本或後來的版本，會被挑剔裡頭的用字含糊、模稜兩可，無法用隻字片語精確表達，這類文章幾乎無一倖免遭到捨棄。

附帶效益是，Bourbaki 的內部活動是絕佳的教育，是獨特的訓練平台，顯然是理解上深度和敏銳度的主要來源，使我初次和 Bourbaki 成員討論時為之震懾。

對所有主題都感興趣的要求，的確拓展了成員的視野。也許對 Weil 影響不大，大家普遍認為 Weil 幾乎是打從一開始就對整個計畫成竹在胸，Chevalley 也是，不過大多數其他成員就如 Cartan [7, p.xix] 所說：

基於共同對完美的要求，和不同特質、個性鮮明的人一同工作，使我獲益良多，很感謝這些朋友豐富了我的數學涵養<sup>7</sup>。

Dieudonné 也說：

以我自身的經驗，如果不是甘願負起為這些我完全不懂的問題寫草稿的責任，而且設法克服困難，我相信自己在數學上永遠無法達到現有的四分之一，甚至是十分之一的成績。

但是成員的教育並不是 Bourbaki 本身的目的，而是為了實踐 Bourbaki 的一條座右銘：「由非專家主導專家」。與我早先在 Zürich 的印象相反，而與之前提到的有關，這套書的目的不

<sup>6</sup>奧地利美國數學家 E. Artin 在他對「代數」的書評中，稱它「抽象，抽象到不近情理」，卻又補充：「讀者若能克服最初的困難，他的努力將因為對內涵更深入、更全面的理解，而得到豐碩的回報。」

<sup>7</sup>原文如下：“Ce travail en commun avec des hommes de caracteres tres divers, a la forte personnalite, mus par une commune exigence de perfection, m’a beaucoup appris, et je dois a ces amis une grande partie de ma culture mathématique.”

在涵蓋最廣義的內容，而在達到最有效率，最能滿足不同領域讀者的需求。那些看來主要在取悅專家的精煉定理，若無法大幅提升應用層面，常遭捨棄。當然，後來的發展可能顯示，Bourbaki 並沒有做出最好的抉擇<sup>8</sup>，但卻是個指導原則。

此外，小組會議之外有許多關於個人研究或現今發展的討論。整體而言，Bourbaki 象徵著大量的尖端知識自由交換。

顯然，對 Bourbaki 而言，當前的研究和「數學原本」的著述幾乎是沒有交集的兩碼事。當然，後者為前者提供基礎，其教條式的風格從一般領域拓展到專業領域，最能符合這樣的目的(見 [5])。但是「數學原本」並非用來刺激研究、給予建議或作為研究藍圖(如同 [8, p.144] 強調的)。有時我不禁想，是否該加個警語在「使用手冊(Mode d'emploi)」裡。

所有的努力都開花結果，1950 年代 Bourbaki 藉由出書及成員的研究擴展了影響力。記得特別是當時所謂的法國大爆發，在代數拓樸 (algebraic topology)、解析幾何 (analytic geometry) 的 coherent sheaves,  $\mathbb{C}$  上的代數幾何和後來推廣到抽象的情形，及同調代數的發展，雖然大多與代數相關，但經由 Schwartz 的分配理論 (theory of distributions) 以及他的學生 B. Malgrange 和 J.-L. Lions 在 PDE 的工作，也觸及分析。1955 年初，A. Weinstein 這位「硬功夫的分析學家 (hard analyst)」告訴我，他很放心，他的研究領域不會受到 Bourbaki 的波及。但不到兩年，他就邀請 Malgrange 和 Lions 到他在馬里蘭大學 (University of Maryland) 的研究所參訪。

我絲毫無意主張，所有的這些發展都歸功於 Bourbaki。畢竟拓樸學的重大進展可追溯自 Leray 的工作，R. Thom 是主要的貢獻者。此外，K. Kodaira、D. Spencer 和 F. Hirzebruch 在層理論應用到複代數幾何上，早就有決定性的地位。然而，不可否認，Bourbaki 的觀點和方法扮演了主要角色。這點很早就獲得 H. Weyl 的認可，儘管他對 Bourbaki 有前面提到的批評。R. Bott 曾告訴我，1949 年他聽聞 H. Weyl 對 Bourbaki 的一些負面評論 (與我知道的類似)，1952 年 H. Weyl 卻跟他說：「我收回那些話！」不過其他人主張 (像是 1952 年 W. Hurewicz 在言談中說的)，能有這些發展是因為參與的是傑出的數學家，與 Bourbaki 無關。當然，這麼說沒錯，不過 Bourbaki 顯然影響了我這一代的許多人在數學上的工作和觀點。對我們來說，H. Cartan 是最顯著的例子，幾乎是 Bourbaki 的代表人物。肩負巴黎高等師範學校 (Ecole Normale Superieure) 行政與教學的許多職責，他的多產令人驚嘆，所有的著作 (在拓樸學、多複變數、艾倫伯格 — 麥克蘭恩空間 (Eilenberg-MacLane space)，先前在位勢論 (和 J. Deny) 或是局部緊緻交換群的調和分析 (與 R. Godement) 方面)，似乎都沒有新穎或開創性的想法，而是用 Bourbaki 道地的方式，以一連串自然的引理組成，大定理一下子便呼之欲出。一次，我評論 Cartan 的工作，一旁的 Serre 說：「喔，在 Bourbaki 裡打滾了二十年，就是這樣！」Serre 當然知道其中不止於此，不過他的評論適切表達了我們對 Cartan 體現

<sup>8</sup>舉例來說，「積分」中對局部緊緻空間的強調，P. Halmos 在評論時相當不以為然 [11]，書中確實沒有注意到機率論的需要，這使得「積分」又加了一章 (第九章)。

Bourbaki 方法的看法, 以及 Bourbaki 方法帶來的豐碩成果。那時, Cartan 的影響力透過研討會、論文及教學遠播。R. Bott 在向 Cartan 七十歲生日致敬的研討會上, 談到他的世代, 這麼說:「他一直都是我們的老師!」

1950 年代也出現了一位對於最有力、最普遍及最基礎之探求, 比 Bourbaki 還要 Bourbaki 的人物 — Alexander Grothendieck。1949 年起, 他的研究興趣最早在泛函分析 (functional analysis), 很快便徹底解決了 Dieudonné 和 Schwartz 給他的拓樸向量空間的許多問題, 進而建立起一個影響深遠的理論。之後他把注意力放在代數拓樸、解析及代數幾何, 很快便得出黎曼—羅克定理 (Riemann–Roch theorem) 一個出人意表的版本, 光是完全以 functorial 的思維方式來表述, 就讓他人望塵莫及。這個重大成果開啟了他在代數幾何的基礎工作。

50 年代在外界看來是 Bourbaki 極為成功的時代, 然而, 內部卻面臨眾多困境, 瀕臨危機。

Bourbaki 的影響當然引發了一些怨言。一大部分的數學主要經由 (當時) 相當複雜, 本質上是代數的方法, 得以推進並且統一。巴黎的講者就屬 Cartan 和 Serre 最成功, 追隨者眾。當時數學界的風氣對於具有不同性格或採取不同方法的數學家不利, 真的很可惜, 不過這不能歸咎 Bourbaki 的成員, 他們並沒有強迫任何人一定要用他們的方式做研究<sup>9</sup>。

我想討論的困境有不同的內在本質, 部分由於 Bourbaki 空前的成功, 又與「第二部分」, 即前六卷以後的專書息息相關。50 年代這些書已大致完成, 大家都有今後 Bourbaki 把主力放在後續著述的共識, 其實 Bourbaki 很早就有了這樣的想法 (畢竟 *Traité d'Analyse* 還沒有出版)。1940 年九月, Dieudonné 已經替 27 本書擬好一份洋洋灑灑的計畫, 囊括了大部分的數學。Bourbaki 的會議固定以討論比較淺顯, 但還是超出「數學原本」程度的稿件作結, 這些通常也出自 Dieudonné 之手。此外, 許多關於後續章節的報告和草案也已經寫好。然而數學已大幅進展, 數學領域已經歷了重大轉變, 部分還是因為受到 Bourbaki 工作的影響, 顯然我們已無法延襲舊有的模式。雖然不是有意如此, 但創始成員對於基本決策通常有較大的影響, 不過他們現在要退休<sup>10</sup>, 主要職責轉交到年輕成員手中, 有些基本原則必須重新檢視。

舉例來說, 其中一個需要重新檢視的是線性的出書次序及參考體系。我們針對的是比較特別的主題, 嚴格遵守出書次序可能會對某些卷的撰寫造成不必要的拖延。而且當初採用這樣的援引方式時, 的確沒有多少適當的參考資料。但 Bourbaki 已蔚然成風, 有些新書的風格與 Bourbaki 相當接近, 一些成員也出版了其它書籍, 忽視這些書可能導致內容重複、白費心力。若正視問題, 要如何將其納入考量而不破壞作品的自主性? 另一個傳統的基本教條是, 每個人

<sup>9</sup>關於這一點, 我想指出參考資料 [9] 的副標題 *Le choix bourbachique*, 極易引起誤解。Bourbaki 的成員在研討會上做了多場演講, 對於講題的選擇有諸多建議, 所以多數的講題至少有一些成員感興趣, 是公正的說法, 但許多同樣有趣的主题最後遭捨棄, 只是因為找不到合適的講者。研討會絕不能視為 Bourbaki 針對感興趣的所有近期數學研究, 共同整理發表的全面性報告或研究點評。那只是 Dieudonné 自己的結論, 他在前言 P.10 中對此談了很多, 似乎值得再提。當然, 就像大多數的數學家一樣, Bourbaki 的成員有強烈的喜惡, 卻從沒想過要將他們的觀點樹立成 Bourbaki 整體的絕對論點。即使是對數學本質一致的強烈信念, Bourbaki 也偏好以身體力行來展現。

<sup>10</sup>早期一致同意 (最晚的) 退休年齡是 50 歲, 但到了 1953 年有人適用時卻鮮少提及。直到 1956 年, Weil 寫了封信給 Bourbaki 宣告退休, 從那時開始這項規定才被嚴格遵守。



都應該對所有的事情感興趣, 遵守這個規範固然有其價值, 「數學原本」由基礎數學組成, 是多數數學家吃飯工具的一部分, 遵守起來相對容易。不過要處理與新領域較相關且更專門的主題時, 這個教條可能較難履行。Bourbaki 一直都在醞釀把主要出書職責分割、委託給一小部分成員的想法, 但不會輕易採行。這些問題和其它種種問題引發一陣子的討論, 卻無定論, 問題總比答案來得多。簡言之, 最後出現兩種傾向、兩種作法: 一種 (我稱之為理想的) 是延續 Bourbaki 的傳統, 建構起本身廣闊的數學根基; 另一個較為務實的, 是著手我們自認能夠處理的主題, 即便這個主題所需的基礎還沒有完全建構到包羅最廣的理想程度。

爲了不流於空泛, 我想藉一個例子說明這個兩難。

層理論的初稿在某個時候寫了出來, 用來補充代數拓樸、纖維束 (fibre bundles)、微分流形 (differential manifolds)、分析及代數幾何的基本背景教材, 卻遭到 Grothendieck 反對<sup>11</sup>: 我們要更有系統、先爲這個主題本身建立基礎。他建議出版以下兩本書:

第七冊: 同調代數 (Homological Algebra)

第八冊: 基礎拓樸 (Elementary Topology)

第八冊暫時再分爲:

第一章: 拓樸範疇 (Topological categories), 局部範疇 (local categories), 局部範疇的黏合 (gluing of local categories), 層 (sheaves)。

第二章: 係數在層裡的  $H^1$  ( $H^1$  with coefficients in a sheaf)

第三章:  $H^n$  與譜序列

第四章: 覆蓋

接續爲:

第九冊: 流形 (manifolds)

已被規劃。

同時他爲層的那一章加上一個頗爲詳盡的計畫, 這方面我將不細談。

這十分符合 Bourbaki 的精神, 反對它有點像和母親唱反調, 所以需要舉行一場公聽會。Grothendieck 刻不容緩, 在約三個月後舉行的下次會議中提出兩篇草稿:

第零章: 流形的預備知識。流形的範疇, 98 頁。

第一章: 可微流形 (Differentiable manifolds), 微分形式 (The differential formalism), 164 頁。

<sup>11</sup> 在 1957 年三月的會議上, 這場會議後來被稱作「Congress of the inflexible functor」。



他還警告我們將需要更多代數的內容，如超代數。Grothendieck 的論文常是如此，有些地方廣義到令讀者氣餒，有些則富有見地和想法。但如果我們照著走，顯然會身陷基礎的泥淖好幾年，結果卻很不明確。在這樣開闊的構想中，他的計劃旨在提供基礎，不只爲了現有的數學，「數學原本」就是個例子；也爲數學將來足以預見的發展提供基礎。如果「Chapter 0」意有所指，讓人不免擔心編號可能朝兩頭發展，將來或許需要 Chapters -1, -2 等來爲基礎打好基礎。

另一方面許多成員認爲，我們或許能在有限時間內達成更實際的目標，這些目標可能沒那麼根本，但仍有其價值。他們覺得許多領域（代數拓樸、流形、李群、微分幾何、分布、交換代數、代數數論等等），以 Bourbaki 的方式可能可以闡述得很好，不需要那麼多根本的基礎作爲先備知識。

理想的解決方式是雙管齊下，不過顯然超出我們的能力範圍。決定終究得做，但要哪一個？這個問題擱置了一段時間，近似停滯。一年後總算想出一個辦法：也就是，無論如何爲了我們心中的主要主題，寫一小冊微分及解析流形的結果，就能避開（至少暫時避開）基礎的問題。畢竟就流形來說，我們知道需要哪一類的基礎教材。寫出需要的教材並且加以證明是極爲可行的（確實也很快就達成了）。

這個決定清除了一個絆腳石，我們得以規劃一系列的書，基本上希望能包括交換代數、代數幾何、李群、大域分析與泛函分析、代數數論及自守式。

這仍舊是個野心太大的計畫。不過，爲數不少的書在接下來約 15 年間陸續出版：

交換代數 (Commutative Algebra) (九章)

李群及李代數 (Lie Groups and Lie Algebras)(九章)

譜論 (Spectral Theory )(兩章)

此外還有其它主題的初稿。

1958年我們還做了一個決定，原則上解決了困擾我們許久的問題：「數學原本」的補遺。在寫新章節時，我們不時發現前六卷中，某卷的內容需要補充，該如何處理？如果一卷已經絕版，補充內容就可以放在修正版本中；若尚未絕版，可想而知就會在新的章節加上一個附錄。但是這樣一來勢必造成參考文獻的混亂。1958年我們決定修訂「數學原本」，出版一個「最終」版本，至少在 15 年內可以不必再改來改去。可惜，這件事花的時間和心力比預期來得多。事實上到現在都還不完備，(我覺得) 這個版本拖延了專書比較創新部分的進展，但這麼做確實合乎 Bourbaki 的邏輯，幾乎不能避免。

上面列出的三本書中，交換代數顯然在 Bourbaki 的範疇內，能夠獨立進行，解決我們面臨的兩難，實際上也做到了。但李群及李代數那本書的重要先備知識是流形那本小冊子裡的結果，該書也顯示用較務實的方式能導引出有用的成果。在第四、五、六章中，有一個關於反射群 (reflection groups) 和根系 (root systems) 很好的例子。

這本書以一份約 70 頁、關於根系的草稿作為開頭，作者對於向 Bourbaki 提出這樣一個技術性又專門的主題，幾乎是滿懷抱歉，不過他表示之後的許多應用將會證明這是值得介紹的主題。接下來 130 頁左右的草稿交上來時，一位成員批評這沒什麼不好，不過 Bourbaki 真的花太多時間在這類次要的主題上，其他人對此也不置一辭。結果呢，衆所皆知：288 頁，Bourbaki 最暢銷的書之一。它是真正衆志成城之作，約有七人積極參與其中，任誰都無法獨力完成。Bourbaki 已發展出一個強而有力的方式，促成有相關研究興趣的專家學者，以不同的角度切入一個給定的主題，共同著述。我的感受（非全體一致的感受）是，若不是沒有結論的討論和爭議，及難以定出確切活動計畫的模式，讓 Bourbaki 失去了至今尚未完全恢復的原動力，我們原先可能可以出版更多那類的書籍。Bourbaki 的檔案庫裡，確實有為數龐大尚未使用的資料。

這個方式比起 Grothendieck 的計畫，企圖心來得小。如果我們完全朝那個方向走，後者能否成功？在我看來似乎不大可能，但不排除這樣的可能性。數學看來沒有朝那個方向發展，實施該計畫可能會影響它的路徑，誰知道？

當然，Bourbaki 顯然還沒有實現它所有的夢想或達到所有的目標。我認為藉由涵養數學與數學本質基本一致的整體視野，藉由論述的風格與符號的選擇，Bourbaki 所做的已足以對數學產生長遠的影響。但身為有關當事人，我不該論斷。

多年來不同個性的數學家爲了共同目標無私合作，在我心底留下最鮮明的記憶。這是非常獨一無二的經驗，或許也是數學史上獨一無二的一頁。對於基本的承諾和義務理所當然的承擔，甚至不假言說，這個事實在事情逐漸淡出歲月之際，越發讓我驚訝，彷彿不是真的。

## 參考文獻

1. E. Artin, Review of Algebra (I—VII) by N. Bourbaki, *Bull. Amer. Math. Soc.*, **59**, 474-479, 1953.
2. L. Baulieu, A Parisian café and ten proto-Bourbaki meetings (1934~35), *Math. Intelligencer*, **15**, 27-35, 1993.
3. L. Baulieu, *Bourbaki: Une histoire du groups, de mathématiciens français et de ses travaux*, Thèse. Université de Montréal, 1989.
4. R. Bott, On characteristic classes in the framework of Gelfand — Fuks cohomology, *Colloque Analyse et Topologie en L'honneur de H. Cartan*, Astérisque **32-33**, 113-139, 1976; Collected papers vol.3, Birkhauser, 492-558, 1995.
5. N. Bourbaki, *L'architecture des mathématiques*, Les Grands Courants de la Pensée Mathématique (F. Le Lionnais, ed.), Cahiers du Sud (1948); English trans., *Amer. Math. Monthly*, **57**, 221-232, 1950.
6. H. Cartan, Nicolas Bourbaki and contemporary mathematics, *Math. Intelligencer*, **2**, 175-180, 1979-1980.
7. H. Cartan, *Oeuvres*, Vol. 1, Springer, 1979.

8. J. Dieudonné, The work of Nicholas Bourbaki, *Amer. Math. Monthly*, **77**, 134-145, 1970.
9. J. Dieudonné, *Panorama des mathématiques pures*, Le choix bourbachique, Bordas, Paris, 1977.
10. D. Guedj, Nicholas Bourbaki, collective mathematician: An interview with Claude Chevalley, *Math. Intelligencer*, **7**, 18-22, 1985.
11. P. Halmos, Review of Integration (I-IV) by Bourbaki, *Bull. Amer. Math. Soc.*, **59**, 249-255, 1963.
12. A. Weil, Review of "Introduction to the theory of algebraic functions of one variable by C. Chevalley", *Bull. Amer. Math. Soc.*, **57**, 384-398, 1951; Oeuvres Scientifiques II, Springer, 2-16, 1979.
13. A. Weil, Organisation et désorganisation en mathématique, *Bull. Soc. Franco-Japonaise des Sci.*, **3**, 23-35, 1961; Oeuvres Scientifiques II, Springer, 465-469, 1979.
14. A. Weil, Notice biographique de J. Delsarte, Oeuvres de Delsarte I, C.N.R.S., Paris 1971, 17-28; Oeuvres Scientifiques III, Springer, 217-228, 1980.

—本文翻譯者黃馨霈為中央研究院數學研究所助理—