

有朋自遠方來——專訪

Jaroslav Nešetřil 教授



策 劃：劉太平

訪 問：劉太平、李國偉、朱緒鼎

時 間：民國 98 年 2 月 27 日

地 點：中央研究院數學所

整 理：陳麗伍、林庭光、林思華

Nešetřil 教授於 1946 年 3 月 13 日誕生在捷克的 Brno 城。1969 年從布拉格的查爾斯大學畢業，並在 1969 年短暫留學加拿大麥克馬斯特大學獲得碩士學位。當所謂「布拉格春天」的政治寬鬆期過後，捷克政府迫使留學生歸國，Nešetřil 教授因此返回查爾斯大學，並於 1973 年在 Pultr 教授指導下獲得博士學位。1988 年再於查爾斯大學獲得科學博士學位，並於 1993 年榮任正教授。

Nešetřil 教授的學術生涯基本上都是在查爾斯大學度過，從 1986 年至 2000 年他是該校應用數學系主任。1996 年創辦「離散數學、理論計算機科學及其應用研究所」，2000 年又擔任查爾斯大學「理論計算機科學研究所」所長。

Nešetřil 教授的研究專長包括：組合學（結構組合學、Ramsey 理論），圖論（著色問題），代數（結構的表現、範疇論、同態映射），偏序集合理論（圖示與維度問題），計算機科學（複雜度、NP 完備性）。他已經發表 300 篇以上的論文，是超過 10 種學報的編輯委員，以及《計算機科學評論》(Computer Science Review) 的主編。

Nešetřil 教授對於捷克的數學教育貢獻良多。他帶領出來一批傑出的青年離散數學家，使得目前捷克在國際離散數學界有舉足輕重的地位。Nešetřil 教授也熱心推動國際學術交流，不僅與歐美多處知名研究機構建立合作關係，也擔任我國中央研究院數學研究所的學術諮詢委員，並與我國學者合作論文，其中與中山大學應用數學系朱緒鼎教授的合作成果最為豐碩。

Nešetřil 教授的學識觸角非常廣泛，對於人文、藝術均有深厚的素養。他與畫家經常切磋，並聯手創作舉辦畫展。他尤其喜好中國瓷器、書法與繪畫。

劉太平 (以下簡稱「劉」): 首先, 讓我們喝點茶放鬆一下。孔夫子說過這麼一句話: 「有朋自遠方來, 不亦樂乎。」我們《數學傳播》的訪談專欄就以「有朋自遠方來」為名, 最近受訪的是研究偏微分方程的 Luis A. Caffarelli。

Nešetřil (以下簡稱「N」): 我現在在布拉格主持一個一年兩次的傑出系列演講。上個系列的最後一位演講者是 Vázquez¹, 他把 Caffarelli 視為他的科學之父。

劉: 就我們所知, 你是出身於東歐, 我不知道你是否會認為自己是東歐人?

N: 這說來複雜。(笑) 不過, 我們認為自己是中歐。

劉: 中歐這塊地區傳統上以泛函分析著稱, 傑出學者包括有 Banach²、Hausdorff³ 及其他人。但在這之外, 在組合數學方面也頗為著名。

N: 沒錯。

劉: 在上一次 ICM (國際數學家大會) 會議後, 國偉及不少其他人都告訴我, 組合數學在 ICM 中相當受到矚目。所以我想先問一個小問題: 當初你是如何進入這個領域? 為什麼中歐在組合數學這方面能夠這麼強, 比如捷克、匈牙利? 為什麼你會選擇這個領域?

N: 這個結果是由許多因素所造成, 不是那麼容易說得清楚。舉例來說, 或許有人會說這方面研究最厲害的是匈牙利人, 他們又是如何成就的? 我相信 關鍵是在特定人物的個人影響力。像 Dénes König⁴, 他是學邏輯、集合論及拓樸學的, 並在第二次世界大戰前完成他的第一本圖論書。緊接著出現的是一代出色的匈牙利學者, 例如 Erdős⁵, Turán⁶, Rényi⁷, 他們又全都有各自的學生。在我的國家 König 的書也非常有名。所以我們老師這一代例如: Miroslav Fiedler、Ales Pultr、Zdenek Hedrlin, 他們會引導學生去研究這個領域。這是一個明智的決定。但我們也視 Erdős 為我們的導師。你知道 中歐是很緊密且聲息相通的地區, 所以如果政治局勢許可, 就可以在一個下午的時間往返, 就像來回高雄台北一般, 是很近很近的。所以在60年代, 我當學生時, 我到處旅行。到了70年代, 雖然旅行受到政治因素的限制, 但我們仍然可以前往布達佩斯。兩個地方的人不僅每個月都有往來, 甚至比現在還要頻繁, 所以我想 組合學在捷克、匈牙利的發展大部份都得益於個人之間的聯繫。第一個組合數學跟圖論的國際會議是在60年代由 Fiedler 所籌劃, 1963年在 Smolenice 舉行。包括美國, 西歐及世界各國許多數學家都來參加。會議能夠成功的部份原因是因為地點在歐洲中部。很難說一個學派是怎麼發展的, 但我們可以說主要的因素在於人。

¹譯註: 指 Juan Luis Vázquez Suarez (1946-), 西班牙數學家。

²譯註: 指 Stefan Banach (1892-1945), 波蘭數學家。

³譯註: 指 Felix Hausdorff (1868-1942), 德國數學家。

⁴譯註: 指 Dénes König (1884-1944), 匈牙利數學家。

⁵譯註: 指 Paul Erdős (1913-1996), 匈牙利數學家。自 1938 年獲得普林斯頓大學獎學金起, 他開始四處遊走於各數學研究機構及研討會間, 並於每次停留期間與他人共事撰寫論文, 直到啟程前往下一目的地。此習慣一直延續到他過世。

⁶譯註: 指 Pál Turán (1910-1976), 匈牙利數學家。

⁷譯註: 指 Alfréd Rényi (1921-1970), 匈牙利數學家。

李國偉 (以下簡稱「李」): 你在 Brno 出生, 這個字“Brno”如何發音? 那裡好像也是學術活動的中心? 因為我記得 Gödel⁸也是那裡出生的。

N: 沒錯。我晚 Gödel 四十年出生。Brno是個大城, 它是 Moravia 的首府。我的國家由兩部分組成, Bohemia 跟 Moravia, 在歷史上從未分開過, Slovakia後來才出現。Bohemia 跟 Moravia, 我們使用同樣的語言, 只有方言上的不同。布拉格是 Bohemia 的首都, 所以布拉格跟 Brno 之間總有一股較勁的意味, Brno 是很重要且工業化的城市, 距離維也納很近, 甚至在捷克屬於奧地利時, Brno 是當時的首都。那時 Brno 被稱為 Moravia 的曼徹斯特 (Moravian Manchester), 因為它有興盛的紡織工業, 其中一間工廠就屬於 Gödel 家族。Gödel 是德國人, 在 Brno 當時有大量的德裔居民, 第一次世界大戰結束時他們可以自行決定自己所要居住的國家, 於是他們決定搬到奧地利。但他的母親則留在 Brno, 她終生都待在那裡, 她是猶太人, 甚至經歷納粹時代且仍倖存, 她在1948年過世。Gödel 在 Brno 的房子仍在。

李: 當你是高中生時, 你會聽過 Gödel 這個名字嗎?

N: 沒有。

李: 沒有?(笑) 那現在 Gödel 在 Brno 是不是很有名?

N: 當然囉, Gödel 已經成為我們文化及傳統的一部份了, 不過科學家都比較少被人知道。我這裡有個故事, 我兒子讀大學的時候, 我一位美國朋友來布拉格, 跟我兒子 Jakub 聊天: 『學校的生活如何?』我兒子回答: 『還不錯。』他接著問: 『你知道誰是 Goodel?』『我沒聽過這個人。』我朋友說: 『你應該聽過, 尤其你在修電腦科學。』我朋友不斷重覆: 『Goodel, Goodel。』我兒子則一直說: 『我沒聽過。』幾次後, 我兒子便覺得很尷尬, 這樣一位有名的數學兼電腦學家, 他竟然不會在學校聽到。於是我便插進去問我朋友: 『Joe, 你想知道什麼?』『我剛才問你兒子他有沒有聽過 Goodel?』我說: 『我也不知道。』(笑) 然後, 我才突然想到: 『啊! 你指的是 Gödel!』(笑)

朱緒鼎 (以下簡稱朱): 所以現在的高中生會讀到 Gödel。

N: 或許會提到, 已經有點像人人都琅琅上口的名字, 毫無疑問地 Gödel 是出生於這個地區最偉大的科學家之一。

李: 中學時有沒有那位數學老師對你影響很大?

N: 在我念書時, 那時候的高中沒有像現在這樣, 有針對不同天份的學生所設立的不同課程。在我高中畢業後, 才開辦針對資優生的課程。那時我的中學教育是在一個叫 Rakovnik 的小鎮完成的。

李: 你唸的是 Gymnasium⁹ 嗎?

⁸譯註: 指 Kurt Gödel (1906-1978), 德裔邏輯學家、數學家、哲學家。奧匈帝國分裂後成為捷克公民; 德國佔領奧地利前為奧地利公民; 二戰後成為美國公民。以其不完備定理著名於世。

⁹譯註: 為歐洲部分國家中等教育機構的一種, 約略等同於英國的文法學校或美國的大學預科學校。

N: 我在 Rakovník 唸 Gymnasium。那時，我遇到一位好的數學老師。雖然我的母親也是數學老師，不過，我那時主要的興趣是美術。高中時我很幸運地遇到許多優秀的美術家，其中一位間接地引導我進入科學領域，他的名字是 Lexa，這個名字很容易發音，他的叔叔是捷克的埃及古物學之父、院士，世界知名的學者。埃及古物學的捷克學者在這個領域與英國、美國、德國學者齊名，我想他們的成就（與英、美、德相較）是在同一等級的，現在他們在開羅仍設有研究所。當我的藝術/繪畫/油畫教授告訴我這件事，他是非常引以為榮的。藉由這個因緣，我接觸到一些科學家。所以我很早就見識到當一名學者或科學家是什麼樣子。那是很好的經驗，讓我印象深刻而且影響我甚多。Lexa 那時已經很老了，我還年輕，我非常感謝我母親安排我和 Lexa 學習。

朱：所以你現在仍從事藝術，對吧？像繪畫或其他方面？藝術與數學之間，是否對你造成影響？

N: 我已經習慣了。我喜歡了解不同知性活動之間的關聯，有時，我甚至會寫關於這方面的文章。我現在有一位電腦科學的博士生，他是做所謂的“數學的美學”，我們想要嘗試設計利用程式去產生調和（的圖像），就像在教導電腦辨識及產生美的東西。這個研究有很好而嚴肅的動機，但也許有點過於貪心。保守的來說，我們在嘗試解讀電腦網頁的美學。這應當是可以透過程式自動完成的。這跟藝術有很大的不同，不僅沒有固定的模式也相當地複雜。當然，我們的目標並不是所謂藝術的美學。我的意思是以藝術來說，它想使人驚訝、震懾群眾，有許多多的內涵包含於其中。而我們的目標只針對調和性。這是一個非常合理的計畫，也許有相當的野心，但我很認真地看待這件事，而不只是一時興起。

李：你用那些數學工具來從事這些研究？

N: 這當然需要跨領域的科際 (inter-disciplinary) 整合，例如 使用積分幾何 (integral geometry)，及機率性質分析圖像，然後利用影像處理 (image processing) 已發展出來的工具。 一般人多不了解影像處理是發展速度最快的領域之一，有許多事情都在完成中。但開始的動機不見得相同。

李：你說的沒錯。

N: 又如，我們學形構學 (morphology)，它是教我們如何讓圖形簡化，而且如何去發現每個標記中的特定法則 (syntax)。另一個有關聯的領域則是碎形理論 (fractal theory)，這個圖和那個圖看來很像只是尺寸不同。仔細看，再仔細看，只像一堆隨機的點陣。所以他們有碎形邊界，而且這是可以測量的。藉著上述這些領域的研究我們正緩慢前進，我非常喜歡這個研究。

劉：題外話，這讓我聯想到，在中國歷史中有個宋朝，是中國文明高度發展的朝代。

N: 你說宋朝？我們才剛在故宮博物院觀賞到許多我很讚賞的宋朝青瓷瓷器。

李：沒錯，我們才剛剛去過故宮博物院，他很喜歡那些瓷器。

劉：但我想說的是宋朝的詞，詞在宋朝是可吟唱的，但現在我們已遺失唱法了。這對我們來說是很大的損失，你剛提到你的研究科目，是很有企圖心的。或許我們可以效法你的精神，試著去找回宋詞的吟唱法。這對中國文化來說真的是很大的損失，中國文化失去了兩大東西，其一便是宋詞的吟唱，另一個則是元劇的唱腔，這對我們來說，真的是很大的遺憾，聽到你剛才的話，讓我有種感觸。

N：當然。一旦你了解某些事，你就等於清楚了某些規則跟原則。如果你知道某些假設的資訊跟規則，那麼你就可以試著重建他們。

劉：沒錯，這是值得思考的。

N：我可以舉一個好例子來說明，以繪畫來說，學藝術的人或者從事藝術鑑定的人，能夠從一小片畫作中辨認出作者。我要說的是，只要一小片塞尚的畫作，我非常可能就能認出它的作者，你當然沒辦法分辨是真蹟或摹本，但是你認得出它的風格。

劉：你會說：『這是一幅塞尚。』

N：這是一幅塞尚或仿塞尚的畫。分辨畫作的真偽是另一回事。以塞尚的例子而言，有時候你很難去判定是不是仿畫。但是你可以辨識出風格、布局等等，不過這是很難解釋的。實際上，這當中的一些條件就是我們想用來”測量美”的主要準則。

劉：讓我們暫停這些關於哲學的討論。我想問：為什麼現在公認組合數學將是數學的一個核心？它重要嗎？或者讓我換一種說法，什麼重要卻未被認為重要的呢？

N：我希望你可以再重複一次你的說法，再說一次組合數學是數學的一個核心（笑）。

劉：Carleson¹⁰，這位偉大的瑞典調和分析學者，他曾提到他如何證明 L^2 函數的傅氏級數幾乎處處收斂，這是20世紀下半葉古典分析相當經典的結果，他說：『與其用多個一般性理論，不如將問題化簡為某些組合的想法。』

N：Gowers¹¹也有一篇漂亮的文章，他是 Fields 獎的得主。他寫了一篇很好的文章《Two Cultures》，我不知道你看過沒有？

朱：我看過。

N：那篇文章的大意是說：在數學裡有兩種文化，粗略地區分，一是建立理論；一是解決問題。當然，根據經驗法則解決問題這類的數學最明確最完全的例子就是組合學。不過也有部份組合學是理論建構的，並且有越來越多這樣的例子出現。我想這是組合學為什麼受歡迎或為數學家接受的一個原因，也就是以後組合學會有越來越多的結構跟理論。或許這是我個人的想法，但我認為這是正確的。組合學家看起來會越來越像正經的數學家，或許這兩種文化之後能夠融合。另一方面來說，數學家是有原則的人，而我們並不喜歡妥協，會這樣是因為數學的本

¹⁰譯註：指 Lennart Axel Edvard Carleson (1928-)，瑞典數學家。

¹¹譯註：指 William Timothy Gowers (1963-)，英國數學家。

質及其困難度。最近一、二十年間證明了一些奇妙的定理，這些定理具有組合的本質，簡直令人瞠目結舌。這樣即使那些不喜歡組合數學的人也必須接受這個事實，就這樣。

劉：給我幾個這樣的定理吧。

N：我有幾個漂亮的例子。我這次到台灣在高雄做一系列的演講：Structural Graph Theory。1999年時我曾來過台灣，當時我在高雄跟新竹也給了一系列演講。以這些演講為藍本我寫了一篇論文，發表在《台灣數學雜誌》，題目是：Aspects of Structural Combinatorics (Graph Homomorphisms and Their Use)。實際上，那可說是引導我和 Pavol Hell 後續研究的主因。之後，我們出版了一本書，是對這個主題做的 survey。在過去的10年，這個領域發展得如此快速，其程度是完全超過我們的預期，這很容易從文獻的紀錄裡看出來。要講述過去10年間的發展情況，大概可以用上一整個學期的時間。結構組合是正在擴大中的數學分支，到處都可發現它的蹤影。今天我們才剛聽到一個非常不同領域的 colloquium 演講—分割函數 (partition functions)。分割函數是關於計算同態 (homomorphism) 的課題，以單純的標的來計算同態。這個題目在如 Lovász 等人手中處理起來牽涉到非交換代數、隨機漫步以及量尺的極限，我認為這種以概率來處理的方式是由最近才去世的 Oded Schramm¹² 開始的，他的合作者 Wendelin Werner 在 Madrid 的 ICM 得到了 Fields 獎，這基本上是組合性質的工作。我是指這是與隨機圖與漫步有關的多種領域的科學，所以這樣的結果並不是個意外。另外一個例子則是數論。近來，數論當中有些最深的理論是具有組合的性質。30或50年前，數論的核心必然是解析數論 (analytic number theory)。現在情況已經改變了。組合數論 (或是稱為 additive combinatorics) 也是同樣重要，當然這不是單方面組合數論的進展，而要與組合學的進展一起來考量。現在的組合學已經不同於 König 時代的組合學，也不同於 Harary¹³ 那一代的圖論，那是過時的。組合數學吸收了許多數學而且被許多數學家所使用，現在幾乎所有的領域都有一些組合學的東西在裡面。所以這不再是我們所獨有的了。每個人都在討論圖形，但有一件重要的事情要加進去，你問為什麼有這些進展，主要的影響因素是電腦。若干年前，人們並不瞭解什麼是演算法。70年前的歐洲，當時人們對演算法毫無概念。約莫40年前，人們也依然不瞭解演算法是什麼，更別提電腦的可計算性 (computability) 與有效可計算性 (effective computability)。這些都是最近才有的觀念。研究它們的人大多是邏輯學家或從邏輯領域跨過來，但豐富這個領域的卻是之後由組合跨過來的人。比如，有限模型理論 (finite model theory) 一開始的反例讓人對這個理論抱持懷疑的態度，所有邏輯的美不知怎麼地在“有限”的情形被破壞。不過，若干年後，人們發現在“有限”的情形有許多美好的東西，例如各式各樣的反例。“有限”基本上是電腦的限制。不像50年前，當時所有理性的數學家都在做“無限”的情形，人們會問那麼

¹²譯註：指 Oded Schramm (1961-2008)，以色列—美國籍數學家。

¹³譯註：指 Frank Harary (1921-2005)，美國數學家。

我們為什麼要做“有限”？現在我們有動機去研究“有限”了，因為我們有電腦科學（笑）。但另一方面，有限數學又再走向無限，而且很美。我們不會只考慮五個點的圖形，我們考慮隨機圖（random graphs）、極限圖（limit graphs）跟漸近結構（asymptotic structure），這並不是古典的漸近，只處理“潛無限”（potential infinity），我們處理“實無限”（actual infinity）（笑）。我們有巨大的無法下手研究的圖，所以我們研究“有限”的樣本，這些又引導到相當有趣的領域，像預測... 這些全與機率有關，甚至跟調和分析（harmonic analysis）有關（笑）。我似乎講得太多了（小聲地說）。

劉：不，一點也不，好極了。

朱：你才剛主持了圖的同態和極限（graph homomorphisms and limits）的研討會，可以說是給了圖論、組合學一個新的研究方向。那麼接下來，我們可以期待些什麼？圖論主要的走向會有什麼改變？你覺得會與古典問題相關嗎？

N：不，不，不。那樣野心太大了。雖然我們這領域勢必會日漸豐富，但有些定理在組合方面太繁複了。如果說組合學有什麼不好，就是它缺少理論而定理又太過繁複。證明通常因為個別分析而繁瑣，所以這不是漂亮的、古典的，Bourbaki¹⁴ 式的數學。在古典數學裡，你只要證明五個引理，而且有技巧地把它們整合起來，基本上，依照順序證明它們，也許寫個50頁定理就得證了。（笑），但組合學通常不是這樣，有太多的分枝及對付特定情形的論證。不過定理是很重要的，要說明高級理論的影響的例子就是 Szemerédi regularity lemma。這是近代數學也是組合學至高的成就之一。不久之前，組合數學經歷了相同地 abstraction dilemma。現在這是個非常有意義的例子，雖然被稱為 Szemerédi regularity “lemma”。這是一個關鍵的結果，不只是引理而已。它是為了證明其它東西而發現的。正式的敘述需要五個量詞，Ramsey’s theorem 公認為複雜的定理，Szemerédi regularity lemma 還要更複雜。它的說明方式複雜，因為 它是在證明其他東西，在解決一個古老問題時被發現的，也就是所謂的 Erdős-Turán 關於 density of sets without arithmetic progressions。所以 Szemerédi 以 一個不尋常的方式發現它，它被隱藏在一長串不必然需要如此複雜的證明中。然後1975年，他將引理發表在關於圖的三頁的文章中，但並不廣為人知。我記得當時我還是名年輕的研究者，Szemerédi是我的朋友，沒有人用他的引理。人們讚歎它，因為引理很漂亮。雖然人們瞭解它的意義：每個大圖以某種方式來看是規則的，但卻不知道要拿這個來做什麼。

朱：沒錯（笑）。

N：然後，大約五年後，突然間，BOOM! 先是運用在 Ramsey numbers with bounded degree graphs，很不同的敘述及效果，然後突然間出現一個接的一個應用，它變得非常有用。不過它的敘述還是很複雜... 我的意思是說... 緊接著就出現有很多工作要做... 曾有的問

¹⁴譯註：為20世紀一群法國數學家發表一系列著作時共同使用之筆名。他們以建立完全奠基於集合論上的數學為標的，且重視數學證明的嚴格性，對後世數學有相當影響。

題是，如何將它推廣到集合系統、三元組、四元組等。Szemerédi¹⁵原來談的是圖，這類推廣當然可行，但這不是正確的推廣。這方面的研究由我最早的學生之一 Vojtěch Rödl 在推動，他有個計劃在進行，但在這上面整整耗了十年而徒勞無功。之後，他和他的學生，以及 Gowers 才分別獨立完成了它的證明。他們最近找到一個很複雜的推廣，將 Szemerédi regularity lemma 推廣到集合的有限系統 (finite systems of sets) 上。差不多幾個禮拜後，就是前面提過的 limit objects 幫 Szemerédi regularity lemma 搭起適當的舞臺，將它引入主流數學領域。例如說，現在已經有一篇論文叫作《寫給分析數學家的 Szemerédi regularity lemma》(Szemerédi's Regularity Lemma for the Analyst)。作者是 László Lovász 和 Balázs Szegedy。現在看來，Szemerédi 的引理大致上是說，一個圖結構的極限空間是緊緻的，就這樣。但要達到這個結論，需要五頁的定義和對高等數學的理解。這個結果很漂亮，我想，我們已經能正確地理解 Szemerédi 的引理是什麼；它是個很基本的結果，而且老早就存在了。它其實是科西不等式一個極為巧妙的形式。一個很巧妙的現代版本，非常漂亮。它用的是組合數學的敘述，很容易解釋。現在 Szemerédi regularity lemma、計數引理 (counting lemma)、可移除引理 (removable lemma) 都合在一塊了，這些都是很漂亮的結果，而且每個人都懂，就連小學生也幾乎可以理解。

李：你說的沒錯。我還記得三十年前，有個作分析的教授跟我說：『組合數學沒啥，就只有一個數學歸納法。』某種程度上，真的是這樣。(笑)

N：對，我覺得數學一直在演變，數學界都知道，60年代的抽象代數受到布爾巴基 (Nicolas Bourbaki) 著作的影響；我指的是一些人物，像是 Dieudonné¹⁶，布爾巴基的一個核心人物，他們的著作完全不像組合數學。這甚至會牽涉到一些頗為個人的層面，像 Erdős 周遊列國式 (nomadic) 的風格就曾使人們把他當作局外人。

李：我不知道你有沒有注意到，Gowers 和 Terence Tao¹⁷正在做一個實驗。他們各有一個部落格，而且正在發展某種 density Hales-Jewett 定理的推廣。他們讓許多人才在部落格上投入這個推廣工作，部落格每天都有成長。

N：這是最近的事嗎？

李：對，而且還在進行中。所以他們正在嘗試推動一種新型的研究數學的方法。

N：很不錯，如果是 Gowers 和 Tao 的話，應該很有機會。他們真的是用部落格在工作，可能是 Gowers 先開始的。他目前是劍橋教授。他把很多資料都弄上網了，看起來似乎所有的數學都有。這非常有趣，事實上，Gowers 甚至出版了一本百科全書。

李：沒錯，就是 The Princeton Companion to Mathematics。

¹⁵譯註：指 Endre Szemerédi (1940-)，匈牙利數學家。

¹⁶譯註：指 Jean Alexandre Eugène Dieudonné (1906-1992)，法國數學家。

¹⁷譯註：指陶哲軒 (Terence Chi-Shen Tao, 1975-)，華裔澳籍數學家。

劉: 最近很多人在討論組合數學在電腦科學 (computer science) 上的應用, 你說因為電腦科學的關係, 你對有限的東西感興趣, 不過, 你認為目前電腦科學的應用發展得如何?

N: 嗯, 電腦科學是一個很大的產業, (笑) 也許數學家錯了, 他們沒有雄心勃勃地往這個領域發展, 畢竟大部分數學家都不是有野心的人, 所以它最後成了工程的一部分。不過也許這也是唯一的一條路, 因為它太燒錢, 而且對數學來說太龐大了。數學是很小的一塊領域, 世界上研究電腦科學, 或在工程領域研究電腦的人, 要比研究數學的多多了。不過數學家在電腦科學發展的開端曾有過機會 — 看看電腦科學的創始者有誰? 像 von Neumann¹⁸ 就是一個邏輯學家, 而且還曾發展基礎集合論。我的意思是, von Neumann 是公設化集合論的奠基者之一, 他探索了一些新題目, 像是超濾套 (ultrafilter) 及可建構集合 (constructible set) 的波萊爾分層 (Borel hierarchy), 這些都是他年輕時才開始發展的事物, 他可以說真的是對新事物和應用很有感覺, 他有一篇著名的論文在談賽局理論, 主要核心就是推廣的角谷不動點定理 (Kakutani fixed-point theorem)¹⁹。這是從拓樸學抽象得來的。所以計算機科學剛開始的一些出發點其實很抽象, 不過我想後來的發展主要都來自組合數學的研究者, 我是說, 一些關鍵的貢獻都來自他們, 就某種意義而言, 他們是最擅於解決問題的一群。組合數學裡最傑出的那些人, 後來都去做電腦科學和理論電腦科學了。他們受過良好的訓練, 而且對有限結構掌握得很好。我個人傾向認為, 這裡跟應用是沒什麼關係的。我是說, 當然有很多 (應用), 但我想組合數學 (之於電腦科學) 的角色, 就像集合論之於數學, 我是說, 組合數學變成了電腦科學的集合論。我確實影響了布拉格的教育機構, 不過我指的當然是我任教的大學。在我們給電腦科學學生的課程表裡面, 組合數學正在成長, 不斷成長。事實上分析課程則在減少, 因為其實學生們不那麼需要它。不過另一方面, 我也認為組合數學確實有它成長的空間。我的意思是, 組合數學已經開啓了許多新的領域, 而這些領域將來都會對數學影響深遠。

劉: 所以也許電腦科學家其實都是數學家?

N: 嗯, 也不能這麼說。不幸的, 我個人覺得他們之中的技術人員越來越多。技術性的電腦科學和數學之間的緊密關聯, 今日其實並沒有扮演它應扮演的角色, 我想電腦科學已一分為二。理論的電腦科學其實就是數學。電腦科學家也這麼認為。所以你可以在許多資料中發現, 在大多數地方, 電腦科學系和數學系相處得並不十分融洽。(笑)

劉: 我們來談談大學教育吧。你是否在暗示, 我們應該慎重地考慮一般大學生的數學課程?

N: 我同意。當然, 這並不是簡單三言兩語就說得清楚。各地的分歧很大。在布拉格, 我們很早就開始教離散數學, 我們從大一就開始教, 而且找最好的師資來教。不過這麼做還有另一個目的: 部分是因為, 我們希望最優秀的學生進到我們的研究團隊裡來。(笑)

¹⁸譯註: 指 John von Neumann (1903-1957), 匈牙利裔美國籍數學家。

¹⁹譯註: 由日本數學家角谷靜夫 (Kakutani Shizuo, 1911-2004) 提出。

朱：我發現（最近）十年或十五年來，許多優秀的年輕人自您的學校畢業，他們成為組合數學的一批有力的生力軍。所以你們是怎麼做的？你們怎麼吸引優秀學生進入這個領域？

N：讓我告訴你這是怎麼一回事。先讓我大略解釋一下，你們就會瞭解這其實跟我們沒什麼關係，主要是當地環境造成的。我的意思是，布拉格查爾斯大學（Charles University）本來就是大家關注的焦點，她是全國最好的學校，或者該區最好的。所以許多曾在奧林匹亞或其它高中競賽中活躍的、最傑出的學生，都來到這裡，希望能在這唸大學。像是從斯洛伐克來的也有。所以我們這裡真的人才濟濟。不過我們在這方面也很積極，我們團隊的 Martin Klazar、Dan Král’、Robert Samal、Jan Foniok 等，很早就開始籌辦高中競賽。他們參與了一些為學生辦的研習營，而且，就像我剛說的，我們在布拉格有個傳統：我們用最好的師資來教大一新鮮人。我自己也帶大一新生的課程，而且我樂在其中，是在教數學家們離散數學。我們目前正在修改課程規畫，因為離散數學正在擴大，我們在第一年增加兩小時的離散數學演習課。在電腦科學系，這門課一向都是兩小時課堂，兩小時演習，而數學系只有兩小時課堂，沒有演習。所以數學系學生抗議說他們需要更多演習課。協調了幾年之後，決定要增加演習課，所以我們又再一次修改離散數學的課程表，接受更多古典數學的影響。我們在第一年還有一個專題，我幾年前開始的，它的名字很有趣。選修這門課可以得到學分，這門課有全系所有課程中最長的名字：“解決組合數學問題、數學問題，以及其它問題的導論”。這門現在是由 Tomas Valla 和 Martin Mareš 負責。我想你應該知道 Martin Mareš。他們大約帶四十個學生，上得很好。有些學生修這堂課，是因為他們以為這堂課應該很好混，然後他們發現，其實並沒那麼容易。不過它不太像是針對某個特定問題的專題，比較像是一個討論會，只有新鮮人才可以修。所以我們正在嘗試，基本上，這是一個新的形式。當我還是個學生時，從來沒有人會想辦法吸引我（讀數學）。不過現在你得設法積極點，讓那些東西看起來有吸引力一點。

劉：這很棒，的確，現在的年輕人有很多讓他們分心的事物，要讓他們專心在嚴肅的事情上，不過一旦你讓他們看見它的美，他們就能督促自己了，你知道的。

N：不過他們很不錯，他們跟他們的前輩一樣聰明。他們懂更多，那些最好的學生碰到電腦可說是如魚得水。他們什麼都懂，而且如果他們不懂，他們很快就搞懂了，他們享有的資訊要比我們的世代多多了。還記得當初要取得文獻是多麼困難嗎？一切都障礙重重。就算是在美國，不久前也一樣沒有文獻資料，沒有影印機，更別說電腦了。

李：你有什麼建議給想進入組合數學領域的學生？

N：嗯，我會告訴他們，不要左顧右盼，最好專心在研究上，坐下來，看看他們可以做些什麼。但良師益友，倒是應該多方尋找結交。我認為一個人身邊的朋友、老師和同事都很重要，因為這是你個人的選擇，得看你有沒有智慧、懂不懂方法。我的意思是，這是很見仁見智的事。你遇到十個人，然後從裡頭挑一個（作為指導教授）。但當然，學生得自己決定，而且他們沒

辦法得到任何建議，要不然就是很少。不會有老師說某某人不好（笑），他們也不常說某人不錯。所以學生們不止要能識人，還要很幸運。我想這是每個人生涯上的一個關鍵轉折，所以，你非得跟對的人一起共事才行。誰是你名義上的老師其實不重要，總是會有人在文憑上簽字。但你得有一群好友在身邊、好的同事與真正的良師，這非常重要。對我們老師來說也一樣。我們得快速發掘人才，知道誰表現傑出。我在學生這方面一直都很幸運，我總是能遇上難得的好學生。（笑）

劉：這是個很好的話題。我很高興你問了這個問題，而且有個很好的答覆。很好。也許，我們訪談的後半段就留待來年吧。

N：樂意之至，非常感謝。

劉：謝謝。

—本文訪問者劉太平、李國偉任職中央研究院數學所，朱緒鼎現任教中山大學應用數學研究所，
整理者陳麗伍、林庭光、林思華為中央研究院數學所助理—