

3205 (編輯部提供)

a_1, a_2, \dots, a_n 為 n 個實數, $M \geq 0$. b_1, b_2, \dots, b_n 為滿足下列條件的 n 個數:

$$b_i = \begin{cases} a_i & \text{若 } |a_i| \leq M \\ M & \text{若 } a_i > M \\ -M & \text{若 } a_i < -M \end{cases}$$

試證:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a}_n)^2 \geq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (b_i - \bar{b}_n)^2, \quad \text{其中 } \bar{a}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i, \quad \bar{b}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i$$