

# 有朋自遠方來——

## 專訪 John Coates 教授



策劃：劉太平、于靖

訪談：陳燕美、王姿月

時間：民國九十年十二月十三日

地點：中研院數學所

整理：余屹正

John Coates 英國皇家學院院士及劍橋大學 Sadleirian 講座教授，出生於澳洲，先後就讀澳洲國立大學，法國高等師範以及英國劍橋大學。60年代末期在劍橋取得博士後轉赴美國 Harvard 大學，在美國、法國任教 20 餘年後，於 80 年代末又回到英國劍橋。他的研究領域是數論，特別是代數數論與算術幾何。在引進 Iwasawa 理論到橢圓曲線的研究上，他以及他的學生做出了重大的突破與貢獻。證明 Fermat 猜想的 A. Wiles 就是他的學生，而他師事的老師包括 K. Mahler, A. Baker (Fields 獎得主) 以及 J. Tate。

陳：我們真的很榮幸能有這個機會來作這一次的專訪。

Coates：謝謝。

王：我們的第一個問題是：「可否請你告訴我們，你是如何決定要學習數學的？有沒有什麼特別的理由讓你選擇數學作為主修呢？」

Coates：不，以我而言，我不是在小的時候決定的，因為我一開始並沒有機會學很多數學，我是一直到大學才決定的。我上的是澳洲國立大學，在大學部我開始念的課程是自然科學，我得到的是理學士的學位，但是在第一年我選修純數學、應用數學、物理以及化學。我當初選擇從事數學研究，主要是想從事使用智力的工作。上大學前我本來想念物理，可是物理對我似乎不是一個較好的選擇。

陳：我們都知道你是一位數論學家，是否請你告訴我們你學習數論的經過？例如第一本入門書，或者有趣的課程？

**Coates:** 大學時讓我最感興趣的課應該是數論方面的課程吧! 尤其是由 Mahler 教授開的, Mahler 是一位從事 Diophantine approximation 研究的數學家, 他是 Siegel 的學生, 這是 Mahler 的第一份工作。大一時他教我們基礎數論, 大二年時他教的是 elliptic modular functions, 這是一門非常有趣的課, 我很感興趣。當時, Mahler 也告訴我未來數學的大方向將是算術幾何 (arithmetic geometry), 並建議我往這個領域發展, 因此我開始朝這個方向探索。

王: 請你談一下在大學畢業之後到取得博士學位的經歷?

**Coates:** 大學畢業後我先到法國巴黎的高等師範學校 (Ecole Normale Superieure), 當時我是想要學算術幾何, 但是在大學時我在代數、層論 (sheaf theory) 上的基礎並不夠, 後來又因為我得到了劍橋的獎學金, 所以一年之後就到劍橋去, 並且在劍橋完成了我的博士學位。

王: 可否請你告訴我們當你在劍橋時, 劍橋的數學訓練是怎麼樣?

**Coates:** 和現在差不多, 主要是能夠在你的研究工作上有所進展, 而且我在劍橋並沒有念 part 3(相當於台灣的碩士班), 因為在巴黎的那一年已經完成了, 並且事實上我只有三年的獎學金。

王: 用三年的時間來完成博士學位是相當短的?

**Coates:** 在當時用三年是相當正常的。以現在來說則會花更長的時間, 一般說來要四年, 因為現在的科目比以前還要多, 所以三年在那時是正常的。

王: 可否請你談一談你的博士論文指導教授 Alan Baker 對你的影響?

**Coates:** 我沒有繼續從事他那個領域的研究工作了, 因為我對於結構性較感興趣。我依然在他做的事情上工作, 但是我早先從 Mahler 學到的更多, 它並不是讓我十分感興趣的領域。有兩位數學家對我的影響更大, 第一位是 Mahler, 其次是 John Tate。我畢業後就做一些有關代數數論的研究, 因為我畢業後的第一份工作是在哈佛 (Harvard), 而 Tate 在那時主持了一個討論班, 主題是數體的  $K_2$  性質。他想研究在函數體上類似的問題, 在當時我對此一無所知, 而 Iwasawa 似乎在這方面有些部分結果, 這就是我一直在想的問題。

陳: 我們都知道你是 Birch and Swinnerton-Dyer\* 猜想的專家, 你可否介紹此一猜想?

**Coates:** 我在哈佛那時並不完全做 BSD 猜想, 當時 Tate 和 Birch 做了一些有趣類似的猜想, 連結了數體的 zeta 函數的特殊值與算術群的秩。當時, 在那裡有很多年輕的美國人對 BSD 猜想有很大的興趣, 包括 Tate 博士班的學生, 例如 S. Lichtenbaum。在那個階段, 很明顯的我們都遇到相同的困難, BSD 猜想十分地困難, 我仔細檢查技術性的部分, 很幸運的我做出了一些初步結果。

---

\*見本期余文卿 “Birch 與 Swinnerton-Dyer 猜測”

王：我們想要問一些有關教學的事情。在劍橋，目前仍然有很多學生喜歡念數學嗎？

**Coates:** 有很多學生，我們大約有850至900位大學數學系學生。而約有175位念所謂的 part 3, 但是他們全部都算是大學生。在劍橋我們是幸運的，因為劍橋原本是一間小的大學，直到1830年，大學課程只有數學，當然現在有很多了，然而大學生中有十分之一仍主修數學，數學系大部分仍是大學生組成。數學系在本校有很好的傳統，英國的公司很喜歡僱用數學系畢業的學生，他們在學校所受的訓練使得他們在職場很受歡迎。

王：你說到約有九百位學生念數學，是包括所有種類的數學嗎？例如資訊科學？

**Coates:** 不包含資訊科學，在數學系教職員中分成四種，分別是純數學、應用數學、理論物理、以及數理統計。資訊科學並不在數學系裡，資訊科學的大學生很少，不過一些數學系的學生可以輔修資訊科學的課程。

王：修純數學的學生佔了多大的比例呢？

**Coates:** 沒有辦法明確的計算，因為他們第一年都修相同的課程，第二年後就差別很大，而且他們也混著修課，而最受歡迎的課程是機率，因為它在社會裡比較實用。

陳：有很多人上數論這門課嗎？

**Coates:** 是的，很受歡迎。第一年是基礎數學導論，他們教些有關數學的基本知識，例如整數論、集合論、同餘式以及密碼學，基本上他們都教了所有東西。在第三年則著重專門的數論課程。

王：你會提及你們有助教課程(tutorial course)，這是相當特別的，你可否談談這個課？

**Coates:** 對劍橋學生來說這個系統十分特別而且是劍橋特有的。課程是由學校規劃，每一門課除了特定的授課者之外，還有兩位負責 tutorial 的教師，而 tutorial section 則是由學院裡的教師們負責並授教。

王：教授們需要教這個課嗎？

**Coates:** 是的，但是這個系統現在有一些改變。以前，教師們均是屬於大學與學院的，他們必須教導這些課程。現在大學與學院間的連繫變少，很多人不去學院教書了，而且現在研究的壓力比以往大，升等的制度也已經改變。

王：你在這課中做些什麼呢？

**Coates:** 我已經有很多年沒有個別教這門課，但是在教這門課中，我可以立刻提出問題以便知道學生在課堂上學了多少東西，也可以在這門課上演練例題，做考古題或者回答學生的問題。

陳：我們已經聽過你兩場演講，你在台大的那場演講真的是太棒、太完美了。我猜當你在學校教書的時候，學生們應該會喜歡在下課後問你問題？

**Coates:** 當然，我認為這是相當重要的。在劍橋的大學課程，學生們總是指正上課中的每一個筆誤或者其他錯誤。

陳：你曾在四個不同國家裡的學校擔任教授，英國(劍橋)、美國(哈佛)、澳洲和法國，好像在參加網球四大公開賽一樣。你可否為我們大略比較一下這四個國家的大學數學教育？

**Coates:** 在不同國家裡是差別很大的。在美國，它研究生的教育比較好；而在劍橋，它有很好的大學學程，它大學生的素質不錯；在法國，它的研究所學程則與美國最好的大學相近，有一些高水平的大學學生念完大學二年級的課程後便進入 Ecole Normale Superieure，但是由於它的大學生程度參差不齊，而且是大班制沒有經過篩選，所以教學上比較困難；在澳洲，因為我停留的時間並不長，只做一些短期研究，所以不那麼的瞭解，一般而言還不錯，在劍橋仍會收到從澳洲來的好學生。

王：在劍橋，數學系的學生會繼續在劍橋念博士或是到其他學校呢？

**Coates:** 今年約有 175 位繼續念 part 3，最多約有 30 位左右留在劍橋，其他則離開到了美國、歐洲等等的學校。

王：劍橋收很多外來的學生嗎？

**Coates:** 是的，我們收相當數量的外國學生。一般來說，我們會鼓勵外國學生先念 part 3，不過也有少數學生會直接攻讀博士學位。

王：你通常會鼓勵你的學生到其他地方念博士嗎？

**Coates:** 我通常會讓他們自己選擇，一般來說我不會給他們壓力。我想人們到國外求學是正確的抉擇，問題是何時去？到國外作一、二年博士後研究也是個好的選擇，至少我認為劍橋畢業的博士生應該到其他地方做博士後研究。

王：在所有數學的活動中，研究、教學或者從事其他的工作，什麼事是讓你最感興趣的？

**Coates:** 我認為如果對做研究沒有興趣的話就不能成為數學家了，當然數學研究是相當廣泛的，現今的系統及潮流給數學家相當的壓力去生產新文章，但是有一些其它的數學研究也是有其價值的。例如，運用更有智慧的方式改寫他人的文章也是重要的研究工作，或者是整理一個重要領域的數學，即使那不是自己的工作，但是用更能讓人接受的語言及方式來推廣它，也是非常有意義的研究工作。當然，最有趣的數學活動就是「作數學」，我也認為教學是很重要的，只要你不用教太多課程。因為要作數學，你必須有足夠的時間來思考。

陳：在做數學研究時，通常會遇到窘狀而感到沮喪，你是如何克服這種情況？

**Coates:** 這是個很好的問題，數學研究有時候的確令人感到挫折，我想年紀增長的好處之一是：雖然你不再那麼容易去學新的東西，反應也沒有那麼快了，但是你變得更能應付這種挫折。在感覺挫折時，有一些事是會有幫助的。例如，將自己碰到的數學問題在研討會中給一個報告，讓自己重新思考這個問題，或者教一門相關的研究生課程。我想數學創作沒有什麼祕方，有問題就只能面對。例如，數學中結構性理論的特點之一就是：你總是確定其中一定有很漂亮的結果，只是該如何去找出來而已。所以當你感到沮喪時，你一定要堅持到底，不

可以就此放棄。在數學研究中很重要的是證明，一個好的想法，倘若不能用來證明一些結果，最後還是沒用的。在這方面數學和其他領域是很不同的。

王：能否請你比較之前提到的四個國家的tenure系統？

**Coates:** 現在的 tenure 系統的確給數學家較大的壓力，我並不是非常清楚美國這方面的制度，因為近年來並沒有長時間的停留。在我的印象中美國是有一種趨勢：好的大學往往競相追逐幾位「超級巨星」。我認為這不是一個好的現象，在數學領域中不應該有所謂的「超級巨星」。當然有些人做了一些重要的突破，但是如果你看所有數學中重要的領域，至少在我所見的領域中，各式各樣的結果都是一種貢獻，並且你永遠不能預知未來，這是另一件有趣的事，因此所謂的「超級巨星」是不對的。我的感覺是美國過度重視追逐「超級巨星」，其他的數學家相對的就沒有這麼好的機會了。

在其他國家或多或少也有一些 tenure 的壓力。例如在澳洲，現在的 tenure 系統就對他們很不利，因為基本上他們取消了每個人的 tenure，每隔幾年就必須重新檢討他們的聘書，我想除非全世界都執行這樣的制度，否則這對澳洲的數學發展乃至於整個國家是很具有殺傷力的。

在另一方面，法國則是僱請了很多數學家，而且一旦雇用了，即是終身雇用。年輕數學家一開始的薪水可能很少，可是至少他們有一份固定的工作，不過這也可能產生一些完全相反而且荒誕的問題，例如有些人有了教職後卻幾年都不去上班，或者同時有其他的工作，學校因此不能雇用新的數學家，但也無法請他們離職。

我相信 tenure 是很基本的，一個好的大學若不能提供 tenure 的工作，唯一的辦法就是給很高很高的薪水，但是這樣會破壞學校的氣氛，因為在學校中大家從事的是使用智力的工作。在這一方面我想美國是不錯的，每個人畢業後從事二至三年的博士後研究，然後得到一份 tenure track 的工作，二至五年後得到 tenure，這似乎是個相當理想的制度，問題是要真正執行你必須要有足夠多的 tenure track 的工作，並且能保證大部分的人可以拿到 tenure，沒有 tenure 可拿到卻要人下定決心作數學是不可能的。

陳：以一位數學家而言你一定在你的工作上花了很多時間，你認為這會對你的家庭生活造成正面或者負面的影響嗎？你的家人曾經抱怨你的工作嗎？

**Coates:** 不，你必須與你的家庭生活整合在一起。有時候我妻子會抱怨，但是我通常也看到我兒子待在財務公司裡長時間的工作，經常要出差，我想他的工作量就像很多數學家的一樣吧！

陳：我們的訪談就到此為止。