

有朋自遠方來——

訪問 J. J. Kohn



(理論科學中心提供照片)

策畫：劉太平

訪問：程守慶、李宣北、謝春忠

整理：程守慶、李宣北、張清輝

時間：2000年9月9日

地點：理論科學中心

J. J. Kohn, 1932年出生於捷克布拉格, 1953年畢業於 MIT, 1956年 Princeton 博士, 1958~1968任教於 Brandeis 大學, 1968年擔任 Princeton 大學教授迄今, 曾以其在 $\bar{\partial}$ -Neumann 問題研究上的貢獻得到 Leroy Steele 獎。亦為美國國家科學院院士。

1. 幼年成長經歷

程：我們今天很榮幸能為數學傳播訪問普林斯頓 (Princeton) 大學的 Kohn 教授。

李：請您談談您自幼成長的經歷, 如何對數學產生興趣? 同時, 我們也很好奇您的語文學習歷程。能否談談您是如何精通多種語言。

Kohn: 簡短的說, 我是1932年出生於捷克布拉格一個頗為富有的家庭。當時有我這樣背景的猶太小孩, 一般都會同時學二種語文: 捷克文和德文。所以我和父母說捷克

語, 但和照顧我的保姆說德語。1934年希特勒上台, 學德文已不再可能。因此, 我們中止了德文的學習。不過, 我大多數的親戚都會說德語, 所以我可說一直在使用德語。當然捷克語是我的母語, 這兩種語言我可說相當嫻熟。1939年我們移民到南美, 厄瓜多爾, 那兒說的是西班牙語。但我母親一直認為戰後我們會回捷克, 所以她帶了全套教科書。每天我有二小時的捷克文課程, 如此我學了讀、寫及文法。至於德文就沒有再繼續, 不過我身邊的人都說德語, 所以我的德語也說得蠻好。後

來我們搬到美國，學了英語。又因我常去義大利，學了義大利語，又娶了義大利裔的太太。她在家與父母說義語，也由於義大利語與西班牙語相去不遠，因此講義大利語對我來說像出於直覺，而我又曾在佛羅倫斯訪問一年。另外，我也略通法文。很自然地，當你精通一種語文就比較容易通曉其他語文。比方說，由捷克文可通俄文，由西班牙文可通義大利文、葡萄牙文等。至於數學，我想我一直對數學和物理深感興趣。在十三歲時我們搬到紐約，我進了一所特別的中學，學校很好，但有許多嚴格的訓練課程。因為我對數學和物理都很有興趣，也想將來教數學，所以大學進麻省理工學院 (MIT) 時，我不知該主修數學還是物理。我的物理實驗室極為嚴格，讓我想起中學時的訓練營。所以我決定念數學，說來可能是個錯誤，因為後來我得知另一個實驗室其實很有趣。總之，我對數學非常感興趣，但也遭到家族中相當程度的反對。我父親有四兄弟及一個姊妹，家族間很親密且極富有。我的成績好，全家族的人覺得我從商也會很好，但我父母支持我做自己有興趣的事，而我決定以做數學為職志。

2. 學習數學的情形

程：請您談談您自小學習數學的情形。

Kohn: 中學時至少有一位老師很好，對我啟發極大。在紐約時，我們有數學俱樂部

及數學隊，每週在校外聚會一次。

程：彼此競賽嗎？

Kohn: 對，我也是學校數學隊的一員。我並非最頂尖的，那裡需要用些特殊的技巧，許多題目需以制式的方法來解，同時要快。我對這些不是那麼感興趣，不過，每週的聚會為競試準備時有非常有意思的討論。我很敬愛的一位老師對數學很有興趣，他認為不該在中學學微積分，我想我同意他的看法。當時不像現在，現在每個人在中學時代都學微積分，那時有人學，有人沒學。他建議我在學微積分之前先學習投影幾何，所以我念了一些有關投影幾何的書，學得很踏實。那是很有趣的科目，以較傳統的方式論述，不用線性代數而用演繹的方法。一段時日後，我認真的想要學微積分，開始自學，用的是一般標準的教科書。所以當我上麻省理工學院時，可以跳過一些基本的課程。我選了分析，我真的很喜歡思考。我們的老師是 John Nash*，(1928 -) 非常離經叛道。有一本很棒的書“A Beautiful Mind”*，寫的就是關於他的故事。他非常另類，但也極具啟發性。他的課很難很難，但也非常非常啟發學生。另一位影響我的人是 Warren Ambrose，他和 Singer 當時都是麻省理工學院的教授。Ambrose 在某些方面來說是很棒的老師。但是也有一些負面的影響，像他主張不該用座標，還有些對事物的悲觀看法，但卻是非常好的老師。另外一位有意思的老師是 Norbert Wiener，我修了他一門課，他講課雖然不太有條理，但很有趣。

*早慧的數學家，1951 在 MIT 任教時才 23 歲，30 歲時已在 game theory，代數幾何與非線性理論等方面有重要成果，1960 左右精神分裂，三十年後奇蹟似地慢慢康復，而另一個奇蹟則是 1994 年以其早年在 game theory 的貢獻獲得諾貝爾經濟獎。“A beautiful mind” (by Sylvia Nasar, 1998, Simon & Schuster) 對此有詳盡的敘述。

暑期我修了 Tucker 一門課 (註. A Tucker 當時是普林斯頓大學的教授), 他遊說我到普林斯頓大學上研究所。我極喜歡波士頓, 也想留在波士頓, 但那兒的研究生士氣低迷, 因為當時的慣例是研究生要花較長的時間取得學位, 哈佛尤其長。研究生必須修極難的, 叫做 D & A 的課程, 再通過嚴格的筆試和口試。然後還要寫一篇與主修領域完全不同的論文, 等他們拿到博士學位 (Ph.D), 大多數人都已倒盡胃口, 受夠了。麻省理工學院的情形與哈佛大致相同。但普林斯頓在 Lefschetz 主持下則非常不同, 他的看法是研究生應該越快畢業越好, 三年是最理想的。你可以修任何課程, 只有一次資格考, 考三至四門標準課程, 要緊的是準備好開始做論文。至今我對於如何做論文的記憶猶勝於如何去修完那些基本課程或通過考試。所以整個氣氛是發掘新的東西, 而不是著重在一些很難但不見得引人興趣的東西。二者是完全不同的態度。我的論文指導教授是 D. C. Spencer (參見本刊 97 期小平邦彥傳)。我也很有興趣想和 Kodaira (1954 年 Fields 獎得主, 參見本刊 97 期小平邦彥傳) 學, 我修了他的課。事實上, 我有可能成為 Kodaira 的學生, 但 Spencer 建議我看看 $\bar{\partial}$ -Neumann 問題, 我就此被它迷住了。另外我修了 Bochner 一門非常有啟發性的課。還有 Artin 也是位非常出色的老師。我們有一門他教的代數, 不同凡響, 由極基本的等價關係開始, 而以類域 (class field) 理論終結。

3. 尋找可以啟發人的良師

程: 所以您覺得年輕人開始學做研究時, 找好的指導教授是很重要的?

Kohn: 我認為重要的是找到可以在某些方面啟發你的老師。譬如說, Artin 是精通教書的大師, 極佳的演員 (假如他從事演戲的話, 會非常出色)。但對我而言, 他在某些方面就不似 Spencer, Kodaira 或 Bochner 那麼有啟迪之功。因為 Artin 把每一個環節都安排得好好的, 學生並不能真正了解其中的奧妙。他會在學期開始時告訴大家, 「我將證明一個巧妙, 但對我很有用的引理」。嗯, 很好, 引理的證明很清楚我都能了解。然後, 過了半年, 當他證明一個艱深的定理時, 這個在前面課程已經證明巧妙的引理就派上了用場, 雖然你可能還不太確定證明此引理的真正困難所在。不過在某些方面說來, 他的課仍是井然有序, 剪裁合度的。最無章法的是 Bochner 和 Spencer 二人。Bochner 常會寫下一個定理, 定理本身的敘述比證明還長。而 Spencer 的做法則比較具啟發性, 他不多談他已知的結果, 他喜歡談在已知結果邊緣附近的東西, 讓人聽了很興奮, 又能引人深思。我認為 Kodaira 是我所見過最好的老師。因為他兩者兼具, 他一方面極有條理, 另一方面又能激發學生的興趣。不過, 因為他的害羞, 說話聲音小, 他在教書方面的傑出表現似乎不是那麼為人所知。但他的板書真是一絕, 可說是一種藝術, 你真該為他上課的黑板拍張照片。他對授課內容、例子、定理做了極適當的安排, 引人入勝, 當然同時還有一些待解的問題, 極具挑戰性。我覺得他真正是出色的老師。我也修了 Lefschetz 一門課, 他很沒有條理, 但頗能啟

發人。事實上 Lefschetz 主持了一個很棒的，有關黎曼面 (Riemann surfaces) 的研討會。他先給些全然生澀、奇怪的定義。在開始時不那麼嚴謹、正確，然後慢慢進入情況，非常有趣。

李：當您遇到難題時，您是如何克服的？

Kohn: 大多的情形，我無法克服，偶而能夠，但多半不行。不過我會執著地常常回去看它們，一次又一次地嘗試，一陣子之後又多了些問題思考，多數仍不能解決，偶而也有成功的例子。

4. 對數學的品味 (或偏好)

李：說到數學或文章的品味，是否能請您談談怎樣才算是好的數學或好的論文？

Kohn: 我認為在一般性與具體之間應該有適度的平衡。舉例來說，偏微分方程中許多一般性的定理都是由探討特殊例子得出來的。我對於“退化”(degeneracy) 的情形特別感興趣，像流型 (varieties) 中的奇異點，某些形式奇異性的分解 (resolution of singularities)，二次式如 Levi 形式退化的情形等。所以我的觀點和多數同行有些不同，許多人覺得沒有明確的公式，問題就不算了解了。我曾聽到 Charles Fefferman (1978 Fields 獎得主) 討論說：除非能得到一個明確的解，不然你並沒有真正了解一個問題。我則持相反的看法。我的感覺是，從實際的觀點來看，若能有明確的解是非常好的，你可以將問題透徹地了解。但是，某些方面說來，一個問題的挑戰性可能就來自於，明知道它不可能有明

確的解，但是透過一些演繹的 (a priori) 估計，卻仍能得到解的存在性和相關性質等。所以從這樣的觀點來說， $\bar{\partial}$ -Neumann 問題和其他與之相關的問題，都是好問題。只要有退化情形發生，就沒有希望得到明確解。然而我們仍能得到解的資訊，了解解的性質，這真是令人著迷的事。因此，可以這麼說，我所感興趣的情形是，在幾何或偏微分方程裡當一個關鍵步驟沒有了，像 Levi 形式退化或是一組方程式等等，我們如何克服它們，將之轉譯為幾何或代數的等價問題。我對於加一、兩個條件，然後就可以得到明確解的情況，不是那麼感興趣。我很欣賞那些用到群論技巧的結果，它們通常是不錯的，不過我不那麼感興趣。我感興趣的是沒有對稱性的情形。這是態度上的不同。對有些人來說，找反例是很重要的，這是一種很特殊的才能。像我以前的同事 J. E. Forneaess 就很不得了。他能造反例，同時也將多複變的研究往前推展。另有些人則想尋求最一般性的結果。兩者都彼此需要，對吧？我認為兩者需要不同天賦才能，我則是傾向於尋求正面結果的人。一個人不可能是全才做所有的事。有些他人造出來的例子極具巧思，但也有簡單人人可造的例子，只要我們埋頭苦幹即是。

5. 做數學要樂在其中

程：您認為什麼是做數學的正確態度？

Kohn: 最主要的是你要能夠某種程度的樂在其中，不然乾脆去賺錢算了。有趣的是許多極有天賦的數學家，他們做數學只是為了找工作，升遷等等，他們應該會更快樂，如

果...。我想最主要的態度是數學家該對他所研究的領域感到興趣,欣賞其中的美,享受悠遊其中的滿足。有些人認為唯一能讓他們感到滿意的就是做一些與現實世界直接相關的東西。我很同情他們,但無法同意此觀點。做數學的研究,本身就是件讓人興奮的事。比方說,我極欣賞 E. Witten(1990 Fields 獎主),他根本就是個數學家,但總是從物理的角度來思考問題。我可以理解,許多物理學家可能不認為他是在做數學,只是從中擷取靈感而已。

李: 您是否常有情緒低落的時候? 當我們做數學時,常整天得不到任何進展,您是如何提升士氣的?

Kohn: 啊! 那是我的一個煩惱,那也是做數學最主要的缺點。多數時間,我發現自己花了幾個月去計算所得到的一些東西,實際上卻完全不管用,然後可能豁然開朗,也可能算到一敗塗地,也說不定。當發覺自己完全不能做事時,實在令人沮喪。對我而言,這是做數學的缺點。有些人會面對它,我則沒這個能耐。有些人同時有好幾個研究生,他們永遠有些他們認為一定做得出結果的好計劃。另一些人則選擇做些他們確定做得出的問題。比方說, L. Hörmander(1962 Fields 獎得主)告訴我他很不喜歡讓自己處於自己無法掌握的情形。他有絕佳的技巧和極高的天賦,但他總是探討那些他分析後知道一定會有些結果的問題。典型的例子就是他得到斐爾茲獎 (Fields medal) 所做有關於 H. Lewy 方程式可解性的工作,他知道其存在性有充要條件,那是一個不等式,他也知道在分析適

當的指數測試函數 (exponential test function) 後可得出不等式成立的障礙,他確定他能做到,而他也確實做到了。他的工作大都是如此,我想這需要特殊且熟練的技巧與才華才能做到。這種態度我一直做不到。而他卻可以避免在做得出和做不出之間的掙扎與處於茫然無措的窘境。

6. 不擔心學生對數學失去興趣

程: 您覺得我們是否該鼓勵年輕一代多投身於數學的研究。

Kohn: 我不知該如何做,我想如果你以熱情將數學工作介紹給年輕人,他們看了可能得到感召,對數學也熱切起來,也未可知,但我真的不知該如何做!

程: 現在許多年輕學生沈迷於電腦,而對數學失去興趣,您是否憂心這種現象?

Kohn: 我想人們永遠會對數學感興趣。我們談的是“知識”,是探求永恆不變,如歐基里德原理亙古不變的東西,基本上這是人類思想的最高成就。我很篤定人們將永遠對此感興趣,我不擔心這個。我覺得數學家們在某種意義上是在這樣一個位置上,即使那些發明計算機,做計算的,他們也是在數學領域中,並非遠離數學。真不可思議,若不是布林代數 (Boolean algebra),整個資訊理論可能無法建立起來。C. E. Shannon (Information Theory 開山鼻祖) 不僅是數學家,實際上所從事的更是數學相關領域,那完全是數學的成果。對了,計算科學家在某種程度上多半是真正的數學家。他們或許不懂確切的證明,但對解題則相當感興趣,我認

爲它們應該都是數學的一部分，可惜的是一般人不做如是觀。像 D. E. Knuth 發明的程式 (Tex)，這種高層次的計算，簡直讓人興奮，或許它不是高深的數學，但真是天才的發明。

李：您如何發展您的研究生涯？

Kohn: 我主要的想法是嘗試將分析中的問題轉換成代數或幾何的問題，因此我得以對更多問題感到興趣。我真的對奇異點的分解 (resolution of singularities) 感到興趣。我大致想這就像做實驗，先嘗試然後在沒有例子的情形下揣想如何讓這些想法行得通，然後再由此得到例子。像我在演講中所提到有關一般方程的次橢圓性 (subellipticity) 的充分條件，我認爲那也是必要條件。思考上一個重要的來源是多了解不同的觀點，有些是已知的，然後再試些別的，聽起來好像和我前面說的有些矛盾。不過如果問題本身夠複雜、艱深，即使是已知的問題，可能也需要全新的技巧。

謝：可否請您談談 Nash 教書的情形。

Kohn: 哦！當然，記得那時正逢美國大選，一般學生都傾向史蒂文生，但 Nash 認爲艾森豪會贏。他和人打賭，不過他總會巧妙地加權，使得不論誰勝選，他都會贏。另有一件事我在“A Beautiful Mind”作者訪問我時也曾提到，我們的分析課第一學期有30個人，第二學期當得只剩5個人，我是倖存者之一。當時考試時分試題及試卷，試卷上要寫上姓名、科目等。第二學期考試時，當鈴響翻開試題，發現一共有四題。第一題的題目是“你的名字是什麼？”(What’s your name?) 我知道這傢伙一向愛搞怪，就乖乖的寫上第一題的答案，“My name is Joseph Kohn”。五個人中有二個可憐的傢伙認爲試卷上已寫了名字沒作答，白白丟了二十五分。

—本系列專欄策畫人劉太平爲中央研究院數學所所長，訪問人程守慶任教清華大學數學系，李宣北、謝春忠爲本所研究人員，整理人張清輝爲本所研究人員—