

# 半導體數學漫談

劉晉良

## 一. 半導體簡介

半導體工業是目前我國最重要的工業之一，半導體也是現代人生活中不可或缺的工業產品，電話、音響、電腦、汽車，甚至玩具和電鍋裡面都會有半導體，不過當大家在講半導體時，往往還不太清楚什麼是半導體，什麼是半導體呢？首先我們先來看1945年物理學諾貝爾獎得主包利 (W. Pauli) 在1932年寫給他同事的一段文字 [1]:

On semiconductors one should not do any work, that is a mess, who knows whether there are semiconductors.

這段文字充分地顯示出當時對「半導體」這個物理現象是非常模糊的，其實半導體還沒被人們發現之前它只是一些不值錢的石塊，可是當人們學會怎麼利用它時，它卻變得如此的重要；我們可以這樣說：「半導體是一堆不值錢的石頭」，我們也可以這樣說：「半導體是非常有價值的東西」；之所以會有這樣矛盾的結果出現，是因為半導體的材料是一種具雙重性質的物質，它可以是一種導體也可以是一種絕緣體，而到底是導體還是絕緣

體？取決於半導體工業界中最重要兩件事 (A 與 B 事件):

A、What is done to it?

B、How to control the current?

這兩個動作可以說是點石成金，如果加了該加的東西，再加上知道怎麼控制電流 (Current)，那它就會變成半導體；相反的，它就是一塊沒有用的石頭，以下是科學百科全書 [2]對半導體的詮釋：

A semiconductor is a material that can behave either as a conductor or an insulator depending on what is done to it. We can control the amount of current that can pass through a semiconductor.

現在我們來看一下半導體的歷史發展，法拉第 (Michael Faraday, 1791-1867) 是第一個注意到有半導體這種材料的人，法拉第的發現很多，最有名的是磁可以轉化為電的電磁感應現象。這裡我們要講的則是法拉第較少為人所知的一項發現，那就是他在西元1833年發現硫化銀 (Silver Sulfide) 的

電阻與普通的金屬不同，它的電阻隨著溫度的上升而降低，而普通金屬的電阻都是隨著溫度的上升而增加的。半導體從 1833 年被 Faraday 發現後，其中經歷相當多的屈折故事，事實上在發現後近一百年內，科學家對半導體現象仍存在有截然不同的正反見解，也就是說半導體從發現到完全被證實足足有一百多年之久，可見半導體的奧妙與艱深難懂，但是近年來半導體的發展卻是相當的快速，從 1969 年第一顆包含一個電晶體 (Transistor) 的晶片 (Chip) 被發明至今，短短的三十年之間，技術已經可以做到把超過兩千萬個電晶體放到同一片晶片上了。以下為半導體在發展上所發生的一些大事：

- 1833 – Faraday discovered semiconductor in Ag<sub>2</sub>S
- 1841 – Hittorf showed Faraday wrong
- 1902 – Straints showed Faraday right
- 1911 – Koenigsberger and Weiss termed “semiconductor”
- 1920 – Juband showed Faraday wrong
- 1933 – Wagner showed Faraday right
- 1935 – Gudden “Si is not a semiconductor”
- 1947 – Bardeen, Brattain, Shockley discovered transistor
- 1962 – First semiconductor laser
- 1969 – Single transistor on one chip
- 1999 – Over 10<sup>10</sup> transistors on one chip

## 二. 半導體元件與半導體工業的發展

現在我們來看一些半導體元件以及近年來半導體工業是如何的發展，首先我們先來看一下半導體元件是如何產生的，一般來講，半導體元件的產生需要通過晶圓、黃光、切割等... 幾個步驟，如圖一所示 [3]。

半導體的主要材料是從石頭或砂子中萃取出矽，經高溫溶化成 99.9% 的純矽鑄塊 (Ingot)，Ingot 長得像一個純銀色的不鏽鋼圓柱，經鑽石鋸切割後成一塊塊直徑為 4、6 或 8 吋大的晶圓 (Wafer)，經過消毒、磨光後的晶圓像一面光滑的鏡子，每一塊晶圓最後將含上百個相同的晶片 (Chip)，這些晶片就是我們去電腦零售商購買的微處理器 (Micro Processor) 或動態記憶體 (DRAM)。

晶片的製造過程大致如下：首先晶圓需經過化學沉澱、擴散以及離子植入方式使其帶正電，此謂摻入雜質 (Doping)，然後此帶正電晶圓再置入一個 1200°C 的烘爐內烘烤氧化而在表面形成一層不導電的氧化層 (Dioxide)，然後再鋪上一層膠固狀的不透光體 (Photoresist)，接著一片鋪陳著複雜積體電路設計圖的模版置於此晶圓上，經過紫外線照射使 Photoresist 依設計圖路徑被軟化，此謂光罩 (Mask)；之後再置於黃光室將軟化的 Photoresist 清除，接下來再把 Dioxide 部份用熱氣蝕刻 (Etching) 掉而形成電路通道，這些通道再 Dope 成帶負電的矽化物，最後通道與通道之間再鋪上一條條鋁 (或銅) 線使其相連成一個完整的積體電路 IC (Integrated Circuit)，此步驟叫 Interconnect，圖二是 IC 最基本的示意結構之一。

上述的這些步驟通常會重覆好多次，因此晶圓上一層一層的 IC 圖被鋪設起像一層

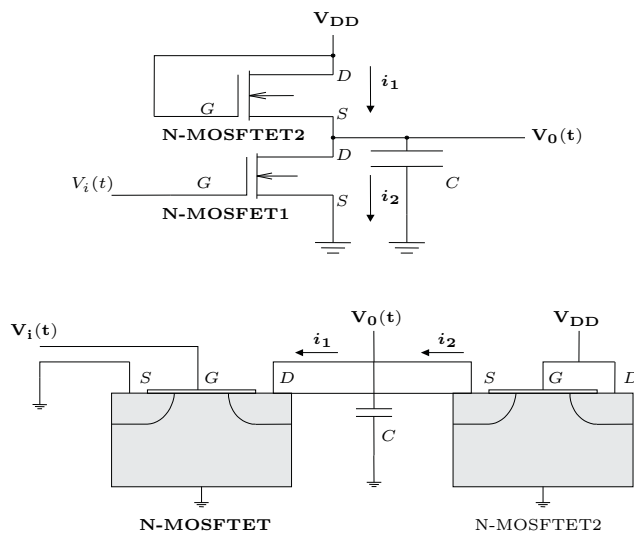
層大樓被建造起來,再經過切割、封裝、測試後成為一片片像姆指甲大小般的 Chip。

臺灣今年(2000年)可望成為全球第三大 IC 生產國,921大地震使得美國股市重挫的現象顯示我國在全球高科技領域所扮演的

重要角色,成功的原因很多,教育與研究是其一,另外國人辛勤工作使這個產業從設計、製造、光罩、封裝到測試等過程,皆有專業公司負責而形成一個緊密且高效率的垂直整合工業團隊也是一個重要的因素。



圖一. 半導體簡要製造過程

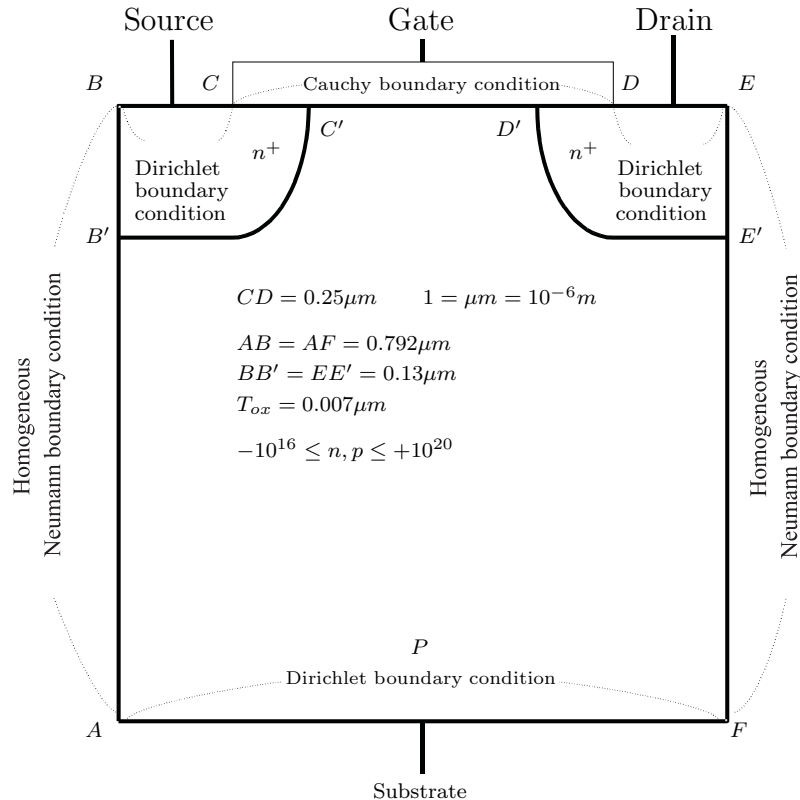


圖二. Metal-Oxide-Silicon Field Effect Transistor

現在我們來看看一個最基本的 IC 結構: MOSFET Invertor (反向器), 如圖二, 圖中  $V_i$  是輸入電壓,  $V_0$  是輸出電壓, 如果 MOSFET(在純矽上加了不同的雜質後的半導體, A 事件) 的導電特性適當, 我們則可控

制 (B 事件)  $i_1$  與  $i_2$  的電流大小進入而控制電容  $C$  使其充電或不充電 (0 或 1 電腦的基本運算於焉開始)。

上面的積體電路裡, 每一個 MOSFET 元件, 就長得如圖三:



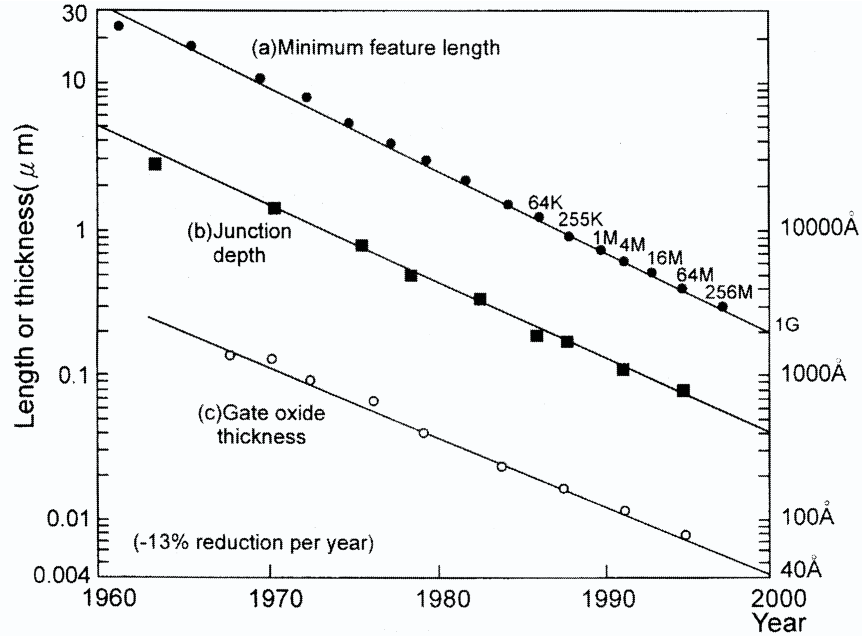
圖三. MOSFET 基本元件

當不同電壓加在 S(Source), G(Gate), D(Drain) 時, 我們希望電子 (負電荷) 能有效地從  $C'$  跑到  $D'$  而使 S 與 D 間通電, 當 CD 的距離愈小時, 元件的尺寸就愈小, 現在台積電與聯電 (全球第一, 第二大的晶圓代工廠) 已經可以量產 0.18 微米的元件了, 這裡 0.18 微米就是代表 CD 的距離也就是導電線的線寬。

最後我們要看的是整個半導體工業裡, 從 1969 年第一顆包含一個電晶體 (Transistor) 的晶片 (Chip) 被發明之後, 半導體元件尺寸縮小 (也就是隨 CD 距離而相對縮小的元件) 的演進情形如圖四所示, 圖中的三條直線代表了半導工業最重要的觀察定律 Moore's Law, 這個定律是由英代爾 (Intel) 創辦人之一 G. Moore 在 1960 年代即預測,

30年來半導工業的演進與其預測幾乎相同不禁令人佩服 Moore 的遠見。這三條線的意義

解釋到我們使用電腦的情形,即: 電腦每一年半左右, 其運算功能便加強一倍, 這就是人們疲於更新電腦的軟硬體設備的原因 [5]。



半導元件尺寸縮小之演進

Exponential decrease of (a) minimum feature length, (b) junction depth, and (c) gate oxide thickness of MOSFET. (Chang & Sze : ULSI Technology, 1996, McGraw Hill)

圖四. 摩爾定律

從上圖我們可以看出,1997年的0.25微米元件已量產, 同時可以預測2006年將會有0.1微米的元件產生, 下面兩個表格顯示出這

幾年來半導體工業主要技術的發展情形: 積體電路技術的發展概況:

年份 (西元)	1989	1992	1995	1998	2001
最小線寬 ( $\mu m$ )	0.7	0.5	0.35	0.25	0.18
電晶體數量	—	$3 \times 10$	800K	2M	5M
DRAM容量 ( $Mb$ )	4	16	64	256	2000
邏輯電路-IC 大小 ( $mm^2$ )	—	250	400	600	800
DRAM-IC大小 ( $mm^2$ )	—	132	200	320	500
晶圓 (Wafer) 直徑 ( $mm$ )	150	150 ~ 200	200	200 ~ 300	300 ~ 400

MOS元件的發展概況:

年份	1980	1989	1992	1995	1998	2001
MOS閘厚度 ( $\text{\AA}$ )	400	200	150	90	80	70
MOS閘長度 ( $\mu\text{m}$ )	2	0.9 ~ 0.8	0.6 ~ 0.5	0.4 ~ 0.3	0.25	0.18
MOS接面深度 ( $\mu\text{m}$ )	0.6	0.2	0.15	0.15	0.1	0.08
V <sub>cc</sub> 電壓 (V)	5	5	5	3.3	3.3	3.3
NMOS-I <sub>dsat</sub> ( $\text{mA}/\sim\text{m}$ )	0.14	0.36	—	0.48	0.55	0.65
PMOS-I <sub>dsat</sub> ( $\text{mA}/\mu\text{m}$ )	0.06	0.19	0.27	0.22	0.26	0.32

### 三. 半導體數學簡介

半導體數學其實是指半導體物理與工程中相關的數學問題，而半導體物理是探討半導體特性的學科，需要用到以下幾種物理課程：

- 1、基礎物理
- 2、近代物理
- 3、量子力學
- 4、固態物理
- 5、統計力學

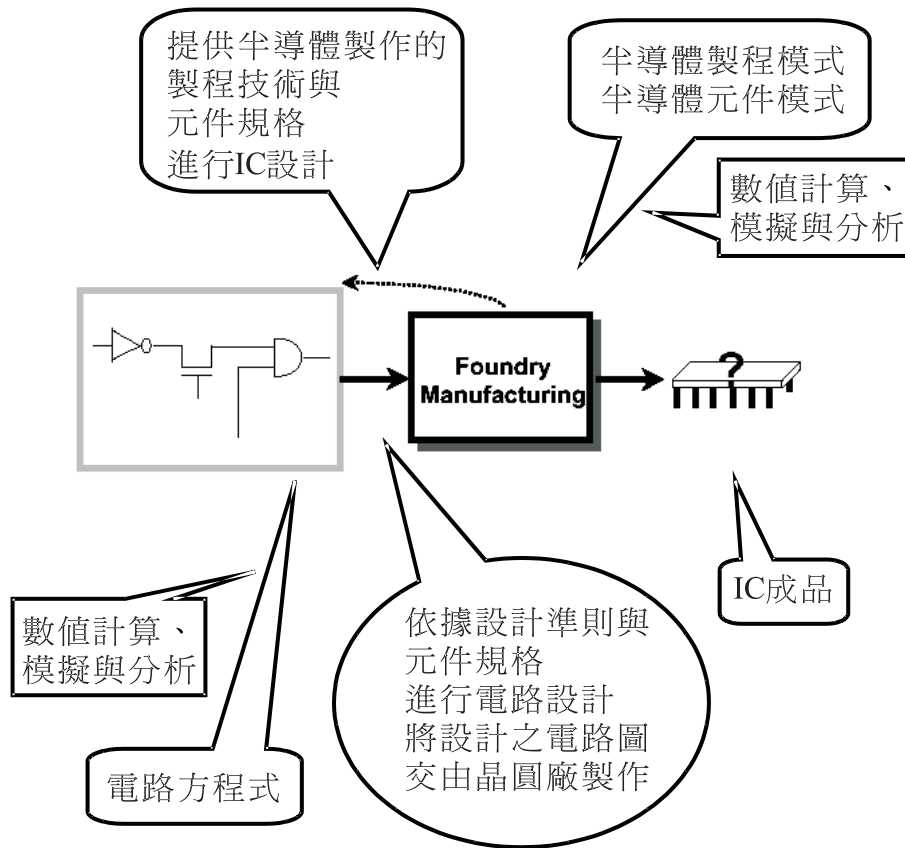
主要的觀念是守恆率、運動方程式、電場、電荷；而在半導體數學方面主要是專門處理半導體的模式與分析，用到了以下幾種數學：

- 1、微積分
- 2、高等微積分
- 3、實變函數
- 4、泛函分析
- 5、微分方程
- 6、數值分析

#### 7、統計

#### 8、機率

研究主題含模式推導、數學性質、模式的求解、以及用電腦來模擬元件物理特性；而這些簡稱為半導體數學為什麼要存在於半導體工業中呢？我們可以從它的製作過程：「沙子」→ 晶圓 → … → 封裝 → 切割 → 販賣，這整個點石成金術可不是三天兩夜就變的出來的，從最原始的矽元素，到 IC 晶片，起碼需要花三個月的時間才能成就一顆有價值的 IC，在這段漫長的時間裡，有數以百計的程序需要被處理，只要其中有一步驟稍微出了差錯，就全功盡棄，因此，如果我們能先透過半導體數學的模擬計算，來預測某個條件下，元件所具有的物理特性，我們便能快速的找出最適合某類元件的組成係數，就能節省開發新元件所需的成本，這樣的好處在越往小元件發展，所節省的成本就越明顯，圖五是製程、元件、電路模擬關聯圖，從此圖就可以看出半導體數學在製作過程中所佔居的位置。



圖五. 製程、元件、電路、模擬關聯圖

從 1969 年第一顆包含一個電晶體 (Transistor) 的晶片 (Chip) 被發明至今, 短短的三十年間, 技術已經可以做到把超過兩千萬個電晶體放到同一片晶片上了。隨著半導體產業的突飛猛進, 元件的尺寸越來越小, 電晶體的數目越來越多, 相對的研發的成本也越來越高, 在此情況下, 想要對每一種設計理念, 包括不同的元件尺寸 (Device Geometry)、元件材質 (Device Material)、不同的偏壓 (Bias)、以及製程技術中的微影 (Lithography)、參雜 (Diffusion、Implantation)··· 等, 都加以實際實驗是非常不實際的, 其付出的成本可以

說是天文數字, 因此就有人把數學引進半導體業界, 主要分成元件模擬 (Device Simulation) 和製程模擬 (Process Simulation), 以下主要討論元件模擬的部分, 希望能以數學的方程式來描述半導體的特性。但是此時就會遇到兩個無法避免的難題:

1. 如何找到可以描述半導體特性的數學方程式?
2. 如何找出這些方程式的真正解?

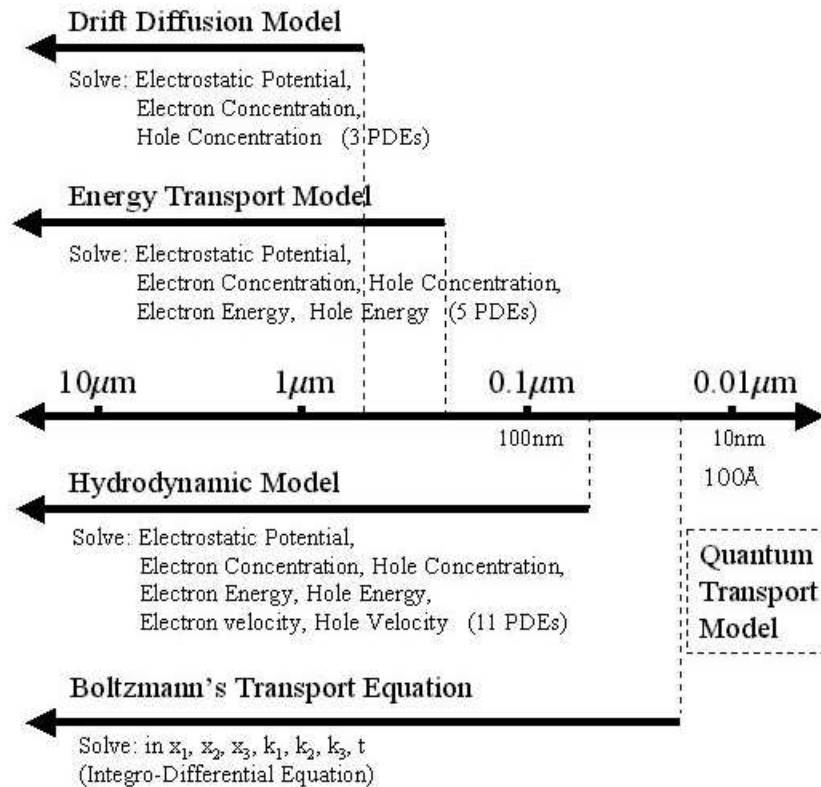
對於第一個問題, 經由數學家 and 物理學家的不斷努力下, 現在已找到了許多可以描述半導體特性的方程式, 下面列出一些可以描述半導體特性的方程式及其所適用的元件

大小 (約略尺寸):

- 1、Drift Diffusion Model (大於 $0.7\mu m$ )
- 2、Energy Transport Model (大於 $0.3\mu m$ )
- 3、Hydrodynamic Model (大於 $0.07\mu m$ )

- 4、Boltzmann's Transport Equation (大於 $0.03\mu m$ )
- 5、Quantum Transport Model (可用於小於 $0.01\mu m$ )

以下為示意圖:



圖六. 適用於不同元件尺寸的數學模式

一般來講較上方的方程式是由下方的方程式做了一些關鍵性的假設或忽略所得到的, 但隨著元件的大小漸漸的變小, 這些可以簡化方程式的假設也變得不成立了, 所以越下方的方程式其複雜度會遠遠超過上方的, 對此我們可以依據元件的大小來選擇所需的方程式, 以免大才小用。

至於第二個問題, 很不幸的答案是沒有

方法, 對於工程界有興趣的問題, 現今的數學並沒有方法求得這些方程式的真正解, 那怕是最簡單的 Drift Diffusion Model 都沒有辦法, 更不要說是 Boltzmann's Transport Equation 或 Quantum Transport Model 了。相信大家一定會覺得很奇怪, 既然沒有辦法解這些方程式, 那如何把數學帶進半導體產業呢? 雖然數學沒有辦法解出真正的解,



但借由數值方法和高運算能力的電腦，我們可以得到近似的解，只要近似解夠接近真正解，我們就可以用此近似解來當作實驗所得的數據，如此就可以把一些不良的設計在此階段就先加以剔除。但是隨著方程式的逐漸複雜化，如今連想要求得近似解的難度也越來越高了，對此我們只有期望能有新的方法來計算這些方程式，及更快速的電腦能早日被發明出來以滿足呈爆炸性成長的計算量。

#### 四. 半導體數學模型的意義

在上面，依元件尺寸的大小，我們看到了相當多的數學模式可以用來描述半導體特性，在這裡我們選擇最基本的 Drift Diffusion (漂移擴散) Model 來簡略地看看這些數學方程式的物理意義 [6]:

##### Drift Diffusion Model:

- (1)  $\Delta\phi = \frac{q}{\epsilon_s}(n - p + D)$
- (2)  $\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla \cdot (D_n \nabla n) - \nabla \cdot (\mu_n n \nabla \phi) + R$
- (3)  $\frac{\partial p}{\partial t} = \nabla \cdot (D_p \nabla p) - \nabla \cdot (\mu_p p \nabla \phi) + R$

對這三個方程式，我們想要尋求三個未知函數  $(\phi, n, p)$  的解，這裡  $n$  代表在圖三正方形區域  $ABEF$  內的電子濃度 (單位面積內電子的個數)，如果  $ABEF$  依摩爾定律 (圖四) 一路往下縮小，我們可以想像將來的元件只有一個電子，的確，這即是目前科學界非常重要的研究課題之一「單電子電晶體」，高中化學我們學過原子最外層能階的電子可能受外在環境影響而逃脫原子的束縛而在物質晶

格上遊走 (即漂移)，因此  $n$  是代表這批“游離”電子的濃度，如果原子沒辦法留住它的電子而任其遊走天涯 (形成電流)，原子將帶正電荷我們稱之為電洞，而  $p$  即代表電洞的濃度。電學最基本的定律庫倫定律告訴我們帶電的東西  $A$  (如電子本身) 會形成一個電場  $E$ ，而  $E$  對另外一個帶電的東西  $B$  形成有位能  $\phi$  存在的現象，電位能與電場的關係是  $E = -(\text{位能變化}) / (\text{位置變化})$  以二維空間而言

$$E = -\nabla\phi = -\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\right)\phi = -\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial y}\right)$$

這裡  $\frac{\partial\phi}{\partial x}$  即代表  $\phi$  在  $x$  方向變化的情形。

$ABEF$  內的電子濃度由於受到外加電場 ( $\phi$  的邊界條件) 以及我們在純矽上加了不同的物質 ( $A$  事件, Doping) 而有所變化，這即是  $D$  在 (1) 式右邊的意義， $q$  是基本電荷常數， $\epsilon_s$  是介電係數，也是常數而 (1) 式即代表電場因電子在不同位置有不同數量而產生的變化，即  $-\nabla E$  等於  $\frac{q}{\epsilon_s}(n - p + D)$  對  $\phi$  而言，(1) 式是  $\phi$  的二階偏微分方程式，即

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \nabla \cdot \nabla\phi = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\right) \cdot \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial y}\right) \\ &= \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\end{aligned}$$

現在我們來看看第二個式子，此式稱之為電子連續方程式，是依據質量不減定律算來的，為了簡化起見，我們把問題放在一維空間來考慮，想像  $x$  軸是一條密度不均勻的河流 (電子流；高速公路上的車流)，其流速在  $x$  點  $t$  時間時為  $v$  向東流去，令  $Q$  代

表單位時間內通過  $x$  的電子數，考慮電子流在某一線段  $I = (x, x + \Delta x)$  的情形： $\int_x^{x+\Delta x} [n(s, t + \Delta t) - n(s, t)] ds$ ：表示在時段  $\Delta t$  內電子在  $I$  的增加總數量， $[Q(x, t) - Q(x + \Delta x, t)] \Delta t$ ：表示在  $\Delta t$  時間內電子流入與流出  $I$  的總數量， $\int_x^{x+\Delta x} (R(s, t) \Delta t) ds$ ：表示電子在  $I$  與  $\Delta t$  內因碰撞或與電洞相結合而得的總增加量，因此  $R$  代表一個生成或消滅的函數，質量不減定律告訴我們：

$$\begin{aligned} & \int_x^{x+\Delta x} [n(s, t + \Delta t) - n(s, t)] ds \\ &= [Q(x, t) - Q(x + \Delta x, t)] \Delta t \\ &+ \int_x^{x+\Delta x} (R(s, t) \Delta t) ds \end{aligned}$$

兩邊除以  $\Delta t \Delta x$  後再令  $\Delta t \rightarrow 0, \Delta x \rightarrow 0$  我們得  $\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial Q}{\partial x} + R$  現在我們想想看  $Q$  這個函數與  $n$  和  $\phi$  的關係是什麼，考慮  $Q = D_n \frac{\partial n}{\partial x} + \mu_n n E$  (其中  $E = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$ )，這裡  $D_n$  代表電子在矽晶格上的擴散係數 (正數)， $Q$  與  $\frac{\partial n}{\partial x}$  成正比，意思是如果  $\frac{\partial n}{\partial x} = 0$  即在  $x$  點附近電子數相同，即無擴散現象否則電子會往較稀疏的地方疏散，另一項  $\mu_n n E$  其中  $\mu_n$  表示電子在元件內移動的能力 (Mobility)，可以想像得到的是如果  $\mu_n, n$ , 或  $E$  愈大，則電子數量在時間  $t$  通過  $x$  點會愈大，因此  $\mu_n n E$  代表了 Drift Diffusion Model 中 Drift 的意義，而  $D_n = \frac{\partial n}{\partial x}$  表示 Diffusion。以上的解釋對電洞也成立，因此有第 (3) 式。

我們在這裡省略了很多的物理參數，條件，變數等，沒有交待，但是對於方程式 (1) ~ (3) 的主要數學符號與相對應的物理意義希望已經提供了輪廓性的描述，簡單的說 (1)

~ (3) 是一群電子在圖三中從 Source 跑到 Drain 的數學表示式且僅適用於某些元件尺寸大小。

## 五. 目前由半導體數學建構而成的模擬工具

基於上節各種不同的數學模式 (Models)，全球有許多大學、相關研究機構，甚至如英代爾、IBM 等公司皆有研究群全力地發展完整的半導體數值模擬器，而功能較完整，且技術較先進的學術研究群有：

- 1、史丹福大學 – TCAD 研究群。
- 2、麻省理工學院微系統科技實驗室。
- 3、維也納大學 – TCAD 研究群。
- 4、普渡大學 – 計算電子研究群。
- 5、美國計算電子研究中心。
- 6、交通大學半導體數學研究群。

其中，史丹福大學的 TCAD 研發團隊，結合了電子工程、物理、數學、計算機等不同領域的人才、系所環境，目前其技術領先世界水準約 10 年，其相關的研究從製程模擬、元件模擬、電路模擬到系統都做，也寫計算數學核心。它所研發的 SUPREM 和 PISES 兩套模擬器，由於功能強大，廣為商業界所愛用。

由威尼斯大學 TCAD 團隊所發展的 MINIMOS Simulation Tool，是早期幾個少數模擬器中，功能最為完備，最為成熟的模擬器，舉凡製程模擬，元件模擬，電路模擬都有做，廣為學術界所愛用。

而普渡大學的 Computational Electronics Hub 是以 TCAD 整合為主，它搜

集了所有可以見的到的 TCAD 相關資料，並以網際網路瀏覽介面開放給學術界免費使用。

這幾年來我與一群博士、碩士與大學部學生一起共同組織了「半導體數學研究群」，在交大已研發出一套在網際網路與平行計算環境下的元件模擬，稱之為 MONOMOS [8]。主要的數學理論依據是單調迭代法 (Monotone Iteration) [9]，我們希望研究出可以提供台灣進而全球半導體製造業或學術界所能使用的元件模擬器軟體。

目前半導體工業界裡，有許多公司投入 TCAD 的研發，較著名的有：Silvaco、Integrated Systems Engineering (ISE)、和 Avant!，Silvaco 與 Avant! 兩公司的主要技術核心源自於史丹福大學 TCAD 研究群所開發出來的學術性軟體，而 ISE 的技術則源自於瑞士聯邦科技大學以及維也納大學。目前我們所知的所有元件模擬軟體對於小於 0.1 微米的元件都無法獲得滿意的數值計算結果，我們也正朝這些困難邁進，希望能在此競爭非常激烈、時效性非常緊迫的研究領域有所突破與貢獻。

## 六、結語

雖然半導體工業是目前我國最重要的工業之一，但是十之八九的半導體製造商甚至學術研究實驗室仍然以實驗方式來取得所謂的 what is done to it and how to control current，這樣做有三個很大的缺點：

1. 成本過高、費時費工。
2. 無法取得最佳設計藍圖與製造參數值。

### 3. 容易造成污染。

這是整個半導體工業裡很大的問題，只要在半導體工業裡帶入所謂的半導體數學與軟體，將有助於解決上述問題；而且當半導體元件的尺寸越小，半導體工業就愈需要這些相關的基礎研究了。

在半導體元件日漸縮小的情況下，以前所被簡略的物理特性也都一一呈現出其重要性來，因此我們需要更為精確更為複雜的數學模式來替代物理實驗，其所代表的意義是在更小的區域中未知函數的變化更為複雜，想求得精確的近似解則需要更多的計算量，進而使得模擬元件特性須要耗費更多的時間，另外，數值模擬結果必需與實驗相互驗證、比較，因此數學、物理與工程等領域的整合也是非常重要的環結，所以半導體模擬是需要非常高度的科學計算技術與紮實的基礎科學基礎。

謝誌：這篇文章源自於一群與我一起埋首研究有關於半導體數學、物理與工程問題以及開發軟體的學生們：李義明、陳仁純、周章、王傳盛、林水升、陳璞、陳正凱等人，希望藉此機會表達我個人對他們由衷感謝之意。

## 參考文獻

1. 陳永方，“半導體的早期發展史”，物理雙月刊 (二十卷二期)，1998年四月，pp.225-229。
2. The Kingfisher Science Encyclopedia, Kingfisher Books, 1991.
3. 台灣積體電路網站：<http://www.tsmc.com.tw>

4. 劉晉良, “數學與半導體工業應用之簡介演講稿”, 國家理論科學研究中心, 1999年8月。
5. C.-Y. Chang and S. M. sze, “ULSI Technology”, McGraw Hill, 1996.
6. P. A. Markowich, C. A. Ringhofer and C. Schmeiser, “Semi conductor Equations”, Springer-Verlag, 1990.
7. S. M. sze, “Semiconductor Devices, Physics and Technology”, Wiley, 1985
8. MONOMOS; <http://mono.math.nctu.edu.tw>
9. Y. Li, S. S. Chung and J.-L. Liu, “A novel approach for the two-dimensional simulation of submicron MOSFET’s using monotone iterative method”, Proceedings of International Symposium on VLSTL Technology, Systems, and Applications, 1999, pp.27-30.

—本文作者任教於國立交通大學應用數學系—