

高木貞治(上)

顏一清



大學時代的高木貞治

簡介:

日本在江戶時代初期曾經開展對外貿易。但隨著幕藩體制的完成，為鞏固實際執政者幕府將軍的勢力，並防範基督教的侵入，從1633年起幕府開始下鎖國令（註1）。一直到十九世紀中葉受外國的強烈抗議後幕府終於在1859年才開放橫濱、長崎、箱館三港與外國進行貿易活動。1868年（明治元年）幕府還政於明治天皇。這時候日本萬事俱廢，一切在

有待開發的情況 [1]。在這個時代，高木貞治於明治8年（1875）出生在岐阜縣的鄉下。他小時候便有神童之名。加上家人極力栽培之下，他順利完成了小學、中學與大學教育。又在研究所待了一年後，1898年8月他被官派留學德國三年。他首先在柏林大學讀了一年半。當時那裡有 Schwarz, Fuchs 與 Frobenius。但前兩者年事已高，Frobenius 則正當壯年，還在創意旺盛的時候。隨後他轉到 Göttingen 大學。那時候 Klein 與 Hilbert 還維持著兩個講座，而且每個星期都有座談會。當年高木年方 25 歲，但痛感他所知道的數學遠離當時的數學現狀有 50 年之憾！

在 Göttingen 大學浸淫一年半後高木在 1901 年 9 月底整裝回日，任東京帝國大學助教授，專授代數學課程。1903 年高木升任教授。1914 年第一次世界大戰發生，日本向德國宣戰，從此學界無法從德國獲得書籍和雜誌了。

高木早先對 Hilbert 在 1878 年提出的類體論的概念有興趣。在無書無訊息的情況下，他便孤獨地研究這個題目下去。就這樣從 1914 年至 1920 年，高木陸續在東大刊物「數

學物理紀事」上發表了6篇文章。他又把這些整理成「有關相對 Abel 理論」發表在「東大紀要」上。戰後第一次的第6屆國際數學家會議在 Strusburg 舉行之際，高木便參與發表了上述論文。由於德國是戰敗國，這一屆的會議德國數學家沒有被邀請參加而少掉了一群優異的代數學專家。高木的演講沒有引起聽眾的注意。

1922年高木又在「東大紀要」上發表前一篇論文的續篇：「在任意代數體上的互逆法則」。這一篇給了 Emil Artin 靈感，而在1924年推測「一般互逆法則」，並在1927年證明了它。

1924 年德國數學學會委託 Hermut Hasse 續寫 Hilbert 的「整數論報告」(1897年)。(註2) Hasse 便仔細研究高木與 Artin 的理論寫成「有關代數體理論」，分三次，分別在1926, 27, 30年發表。

從此，這個「高木-Artin 類體論 (Class field theory)」傳遍了全數學界，並被視為當時代數整數論的重要基礎理論。在1930-50年間，兩人理論的證明被整理、簡單化並擴張。高木貞治便因「類體論」而一舉成名。日本人在國際數學界的地位也因他一躍而上了[2]。

彌後高木一直待在他的數學崗位上，在整數論與代數學方面繼續作研究並著述，刻意培育後進。

高木貞治在1950(昭和25)年去世，享年84歲10個月。

1. 身世

高木貞治在明治8(1875)年出生在日本岐阜縣本巢郡數屋村。父親叫木野村光藏，母親叫徒禰 (Tsune)。徒禰本來與兄、嫂高木勘助夫婦住在數屋村。明治7年她31歲嫁到附近的北方町柱木的木野村家為後妻。前妻有兩個兒子勝太郎12歲與房吉4歲。丈夫光藏當時56歲，小有土地，在村公所做事，腦筋滿靈光的。徒禰個性強，人爽朗，有好記性。她嫁後不久懷孕了，她以待產為理由回娘家，但過後沒有再回夫家。原因是水蛭。她很討厭水蛭，而偏偏木野村家的田地是低窪地區。在低濕的田地上有許多水蛭，牠們會黏住農人們裸露的手腳吸血。被吸血後有搔癢感，皮膚上會留下一個洞而血流不止。聞到血腥味其他水蛭會集攏過來，不知覺間有二十來隻水蛭成串地牽掛在手腳上。以前的農人認為被水蛭吸血是沒辦法的事，但是徒禰硬是厭惡它。

按道理做哥哥的勘助應該勸生產後的妹妹回婚家去。但是勘助並沒有，他反而把出生的嬰兒報戶口成他的婚生長子，命名為高木貞治。

原來勘助與太太 Yio 沒有生育孩子，只有一個繼女 Shinayo。「高木勘助」這個名字已傳三代了。第一代勘助以釀酒致富，購得大批土地。因此，從家裡要走到早野街上約一公里路，用不著踏到別人的土地可以走得到。但是第二代勘助時破產，害得他的一對小兒女，第三代勘助與徒禰年紀小小就被迫到外頭做工賺錢。第三代勘助為這事很以為憾，一直以振興家業為念。他辛勞工作，貯存了錢，叫回

妹妹，也擁有了一些田地。他本人在村公所做會計。太太內向，體質弱，在家裡料理家事，由妹妹帶著僕人做田裡的工作。妹妹嫁後不久回娘家待產，產後不想回夫家。勘助不願錯失以外甥為繼承人這個絕好機會。

2. 幼少年時代

貞治生下來比一般嬰兒小，也不太健康。媽媽與養父（舅舅）都非常疼愛他。稍長後到了夏天，孩子們成群在附近的藪川游泳、捕魚、捉蟲。但這些貞治都沒分。一則被禁止，二則他也興趣缺缺。

母親徒禰不想再婚，便很賣力地在田裡工作。她唯一的樂趣是抽空帶貞治去附近的長福寺或他們家的菩提寺（祖宗的墳墓所在寺院）光照寺參拜。她唸的經有一種叫「御傳鈔」（既述淨土真宗教祖親鸞生平的經文），相當長。沒想到5歲左右的貞治會背誦如流，讓大人們大吃一驚。

鄰家的名醫野川吉平還開私塾「湘東」。他通曉漢學、漢詩、書法、南畫、華道、茶道等六藝，是鄉下難得一見的文士。貞治5歲左右就進這一家私塾，並得一個號「義憲」。過後他寫的文章簡潔，有格調，應該跟他小時候受的啓蒙教育有關係。

明治15年4月，七歲的貞治進數屋村的「一色小學」。當時的小學可以跳級，他成績特優，全是甲。六年小學他一共跳了三級，只學了三年。

勘助的村公所剛好在學校隔鄰。貞治下課後便到村公所跟養父並桌讀書。一些家長

們會教訓他們的孩子說：「學學會計先生公子的樣兒吧！」

同班有一位女同學後來說，貞治小時候都穿直條布和服，長得小巧可愛，她很想碰他一下，但是他很會唸書，又不講話，就不敢去惹他了。

貞治的故鄉留著許多他使用過的東西。其中有他10歲4個月時寫的作文。由它可見他那時候教育的一斑：「夫蟻者一小虫也。其種類甚多。同類以數千成群，每群有蟻王統御之。其運糧，雖有身之十倍重，亦以衆蟻聚集，不爭先恐後，孜孜不懈運行至巢。夫人患怠惰，放逸而後日慨歎困苦者有之。若令其目睹蟻之行爲，豈不愧甚哉。」（以日文言文寫成）

貞治是神童之名遠播。在明治19年1月7日岐阜市的岐阜日日新聞還報導：「高木貞治天資高，又有映雪聚螢的勤勉，如加上好教師的教導必成後日可待的神童。」

但是有一位女同學，即隔壁野川家的三小姐田鶴子常跟貞治在一色小學爭第一名。這位小姐在明治7年7月生。大貞治一歲，是一位美少女，她個性強，好勝，又很喜歡走圍牆，爬樹。秋天一到，那一帶的柿子成熟成美麗的橘紅色。這時候田鶴子常常負責爬到樹上摘柿子扔下來給樹下她父親的門生們。（她叫他們為「塾的衆人」）。

田鶴子和貞治輪流得1、2名。不過貞治拿了第2名就慘了。嚴格的勘助會讓個子小小的貞治在門外罰站，背上還綁著沈甸甸的桌子。養父的意思是「怎麼可以輸給女流之輩？」。而沈重的桌子有著他須背負勘助三代重任的象徵性意義吧。

明治19(1886)年11歲的貞治進岐阜中學，其他同學有15、16歲，所以他是最年輕的。有一位辻嘉門(後來姓武藤)跟貞治相處得很好。貞治個子小，眼睛圓圓的，長得可愛，所以辻逗笑他「你回家是不是還拿娃娃玩？」辻腕力強，會保護高木免受別人的欺負。有一次運動會的一個項目是背小孩子賽跑。辻就單手背著高木跑完全程。不過遇到功課，他就沒轍了。尤其是數學，那就得請高木幫忙作習題。

當時沒有日文的科學教科書，教科書常用原文書，由老師講大意，學生做筆記，再解習題。有一位數學老師手島十郎，他常常以熱烈的口吻教學生們：「少年人，要立大志！」。高木相當受他的影響。這位手島老師的代數課難，考試更難。高木解他的題目還是解得很順利。結果老師的題目越出越難，讓其他學生叫苦連天。當老師不在時，大家便趕緊求助於高木。

到了明治21年，當年貞治13歲。由於縣政府經濟困難，縣議會有「中學廢止案」。結果學生們拿棍棒、拐杖等去向議員示威說不能把縣裡的最高學府的中學廢掉。高木等人還去找縣長抗議，高木義正嚴詞地向縣長小崎利準說：「日本須要面對歐美列強求生存之道。而培養人材的地方便是中學。即使要發展岐阜縣，也須要培育人材，所以為國，為縣一定得讓中學維持下去。」總算縣長也開明，沒有廢掉中學。

3. 青年時代

明治24年9月，高木經推薦免試進第三高等學校(簡稱三高)。勘助與徒禰背著貞治

的大行李到岐阜車站送貞治搭車去京都上三高。為貞治的求學，勘助與徒禰是費盡心力的。

當時三高的校長是折田彥市。他是一位很有包容力，有人格的長者。他在開學時會與每個新生交談，了解他們的情況。所以他幾乎認得所有的學生。他雖然都不開口教訓學生們，校內可井然有序。據說三高的自由校風，就是由這一位當了三高30年校長的折田任內建立起來的。

貞治進三高不久的明治24(1891)年10月28日清晨，岐阜市附近發生大地震。地裂，屋倒加上火災，災情慘重。貞治在報上看到這個消息後坐車加上走路趕回鄉下的家。還好家屋只有偏屋倒了，主屋沒有，家人也沒有死傷。

不過養父勘助很生氣，他對跑回家探視的貞治說：「你有求學這個很重要的工作要做，不必擔心家裡的事，立刻回京都去！」，而不讓貞治進入屋子。他的母親求哥哥勘助起碼讓貞治住個一宵吧，但是勘助不肯。

過後貞治對他的幼年朋友說，由於他養父對他求學問的堅持，他才成了器。

貞治在中學至高校時代因肺的毛病回家休養幾乎一年，不過並沒有休學，還是進了級。當時他的母親說：「如果你有三長兩短，我們的努力全泡湯了。」

高木是在三高時代才決定專攻數學的，而影響他做這個決定的人是數學教授河合十太郎(1865年5月-1945年2月)，河合出生在武士家庭，學過和算，1889年7月從東京大學畢業。他為授課煞費苦心，講課很吸引人，

使得他的一些高足們，如高木貞治、林鶴一、吉江琢兒、藤原松三郎等人走向數學之路。後來他留學德國的柏林大學，在 Weierstrass 底下學過，後轉任京都大學。他這個人有些奇行，他常一邊走路一邊唸書（當時路上沒有什麼車輛，汽車還是稀有物）。有一回他被電線桿擋住去路，他便停下來，依然照唸他的書。第二次世界大戰後戰敗國的日本物質非常缺乏，但是他不肯買黑市的食品，結果因營養不良致死。

明治 27(1894) 年 7 月高木免試進東京帝大理學部數學科，他受教於菊地大麓 (1855-1917) 與藤澤利喜太郎 (1861-1933)。這兩位是明治以後日本數學界最早的核心人物。菊地早年留學英國，受的是英國式基礎教育，藤澤則東大畢業後留德。菊地官運亨通，35 歲任東京大學校長，41 歲時當文部大臣，所以沒有繼續作數學研究，不過他為人溫和，寬宏大量，對教育有遠見，也寫了一些幾何學教科書。高木很仰慕菊地的人品。他說「菊地先生是我的大恩師，沒有他我無法成功」，又說：「我為研究而苦惱時，菊地先生常常會出現在腦際，奇妙地鼓勵我」。

藤澤留學柏林大學，上過 Weierstrass, Kronecker, Fuchs 等大師的課。回日後，他在東京帝大任教，並立即修改數學課程，加上「函數論」。這對日本數學的發展很有關係。他自己則擔任解析課門。

1900 年的第 2 屆國際數學家會議藤澤代表日本參加。會中他聽到了 Hilbert 有名的“Paris Problems”，等他回日，了解後

他便寫文章向日本數學界引介“Paris Problems”。他做事積極，個性固執。他研究的方向後來轉向保險業，也寫了幾本這方面的書。

高木讀大學時天文、數學、物理與化學科一年級一起上課。課程有菊地的「立體幾何學」。藤澤的「微積分」、與寺尾壽的「天文學」。

有一次考藤澤的「微積分」時，物理科的本多光太郎（後年因鋼鐵方面的研究得過文化勳章）說：「我已經讀完筆記四次，考題從那裡出來都沒有問題」，高木笑著回他話：「難道數學這門課，還要用背的嗎？」考試的結果滿分是 100 分，但是藤澤給高木打了 140 分。可見藤澤很賞識高木對問題的表達方式。

高木大三時菊地已經當了校長，藤澤主持數學科。藤澤讓學生們作數學討論，並把結果印成冊，高木寫了「有關 Abel 方程式」，有 67 頁。

高木在大學時代同學們給他「如來」的綽號。這表示他頭腦清晰，也意味著他話少，不易親近，讀書時坐姿端正得活像如來佛的端座像吧。高木並不排斥這個綽號，留學時給同學寫信會簽上「如來」這個名字。

小學時常與高木爭第 1 名的鄰居才女野川田鶴子在 14、5 歲以她二姐給她心愛的娃娃為交換條件，代二姐過繼給當醫生的叔父川次郎。因為叔父家只有男生。結果田鶴子被那些男生整得好慘。後來她也唸中學。高木念念不忘她，在大學時央人去提過親，但是野川家沒有接受。不過等到高木將公費留學時，野川家倒滿後悔的。田鶴子後來嫁給一位英文學學者，38 歲守寡後自立更生，開起美容院

來，也還滿成功的。晚年高木在數屋生活時間過田鶴子的姪子野川保：「你有一位姑姑叫田鶴子，她現在怎樣了？」

明治30年7月高木大學畢業回家，家人好高興，總算熬到讓他大學畢業了！勘助也就請親戚們來慶賀一番。這時候勘助才告訴貞治他的身世。當時貞治的父親已經去世（在明治25年），便請來他的兩位哥哥來讓他們彼此相認。

接著高木進研究所。那時候的研究所並不開課，只是讓學生自己讀書、作研究。在一年之間高木寫出兩本書「新撰算術」與「新撰代數學」來。當時的數學書還是直寫的，這兩本書由博文館出版，屬於「帝國百科全集」叢書。

「新撰算術」的內容有整數論初步，數概念的嚴密展開，使用 Heine 的 Cauchy 數列法，無理數的 Dedekind 切斷法等。在當時是非常高水準的算術書。

「新撰代數學」的內容是多項式論、代數方程式論、行列式論、二次形式論等而終於 Lagrange 的3次，4次方程式解法。是以 W. E. Weber 當時的名著“Lehrbuch der Algebra” I, II(1895-96) 為藍本寫成的。那時候高木將由文部省派往德國留學3年已成定局，他只好請朋友校正「新撰代數學」，在赴德的船上寫序文，書出版時已經是明治31年11月，人都已經在柏林了。

4. 留學

高木坐船出國時藤澤還到橫濱送行，勘助與徒禰也在送行之列。從此貞治與勘助是永別了。勘助在貞治留學期間去世。

在那時候坐船從日本到歐洲差不多要40天。船在上海、香港、新加坡等港停靠，然後開到法國馬賽港，從馬賽再搭火車至柏林。

按高木自己的描述，留洋使他又興奮又害怕。因為柏林大學早先有 Weierstrass, Kronecker 與 Kummer 等大師，過後有 Schwarz, Fuchs 與 Frobenius 等重量級人物。這些教授們對他來說簡直是神，而他一個東方書生，既沒有學養，又沒有自信，要跳進那樣的地方，實在覺得好可怕！[3]

當時德國的大學生每學期可以在任何大學聽課。學生們先聽講6星期，如果想選就拿自己的身份證明繳費索取聽講證便是。

高木對 Schwarz 與 Fuchs 的講課有意見。Schwarz 當時已55歲，連照自己的論文講課都沒法子講好。而 Fuchs 已65歲，他差不多照著 Weierstrass 的講義授課，這個樣子沒有什麼可學的。Frobenius 則還在壯年(49歲)，自己仍繼續作研究，滿有衝勁的。不過高木對 Frobenius 有些戒心。因為來德前有前輩告訴他 Frobenius 很以德國的科學成就為傲。Frobenius 說：外國人頻繁地來德國學科學。美國人來，最近日本人也來，不久連猴子都會來吧。不過，事實上還好，高木拿問題去請教時，Frobenius 客客氣氣的說：「那很有趣，你自己好好地想一想！(Denken Sie Nach!)」。還借給他各種論文的印本。這一句「自己想想看」，是高木從沒有得到過的良言。

爲了要聽在 Strusbrug 大學的 Weber 的課，1900年春天，高木先到 Göttingen 那

裡有他三高、東大以來的同學吉川啄兒。啄兒晚高木一年出國，一來就到 Göttingen。結果，高木被在 Göttingen 的 Hilbert 吸引住了，就待下來。

Göttingen 是大學城，人口在 1900 年代有 3 萬多人。城內小鳥多，天一亮小鳥開始啁啾，接著市政府的大鐘報時，隔鄰的 Johannes 寺院的大鐘也敲打起來，一天的清晨就這樣開始。

那時候學生之間爲了決鬥，盛行練劍。臉上有疤痕的人還顯得特別威風、神氣。

藤澤在 1900 年 9 月被派出來參加第 2 屆國際數學家會議。他在巴黎聽到 Hilbert 所提出的 23 個數學上尚未解決的問題。過後他轉道來 Göttinge，高木與吉江去迎接他。藤澤說要去參拜 Gauss 的墳墓。兩個人都不知道地方，只好趕緊去找。不過依高木的想法，去探 Gauss 的墓，不如唸 Gauss 的書重要。

Göttinge 大學在當時有 1886 年從來比錫大學來的 Felix Klein (1849-1925) 與 1895 年從 Königsburg 大學來的 David Hilbert (1862-1943)。1900 年時 Klein 51 歲，Hilbert 38 歲，還有 E. Fischer (1875-1954) 等人，陣容很強。

高木在他寫的「回顧與展望」[3]中敘述：「Göttinge 大學與柏林大學迥異，那裡每週有一次座談會，它不單是德國，而是全世界精英聚集於一堂的集會，那裡是全世界的數學中心。我在 Göttingen 痛感自己徒長 25 歲，而我所知道的數學遠離當時的數學現狀有 50 年之遙！這 50 年的差距，要在一兩年之內趕上談何容易！但是在這以後的一年半時間浸淫在

Göttinge 的氣氛中，不知覺間這種遲緩的感覺消失了。」

Klein 的課在當時非常熱門。Klein 講得精彩又有趣，他先講一般論。高木聽過他的解析幾何學與射影幾何學 6 個星期，他等於把 Klein 授課中最精華的部份吸收到了，覺得再聽下去收獲不會多多少而作罷，也就沒有繳聽講費。

Klein 的見解是捕捉表面上看起來完全不一樣的數學各科門的內在共通本質，並把這些統御起來。是一種現代文化主流的高度本質主義。高木學到了這一點。

Hilbert 在這一層的特性比 Klein 還更顯著。1897 年 Hilbert 出版他的名著「代數體的理論」(通稱「整數論報告」)，Hilbert 把當時爲止的有關代數整數論用他創新的方式，在統一視野之下簡潔、明快地展現出來。他更推測，相對 Abel 體論中有未被發現的美妙的普遍性法則存在。這一本書在高木以後的研究過程中，扮演聖典般的角色。

高木去找過 Hilbert，Hilbert 問他是不是要做代數體整數論？高木告訴 Hilbert 他想做 Kronecker 預測的「青春之夢」(Jugendtraum) (註 3) 中，基礎體是 Gauss 數體的情形。Hilbert 說：「好啊！」就在走路半途中的路邊，以拐杖畫出正方形與圓，表示用 Lemniscate 函數把正方形等角寫像到圓內的情形。這是 Schwarz 做過的。Hilbert 說：「你從 Schwarz 那兒來知道這個吧？」事實上高木不怎麼懂。

Kronecker 的「青春之夢」是他對橢圓函數的虛數乘法上的一種推測，即：「虛 2 次體

K 上的相對 Abel 體應可由 K 為元素而有虛數乘法的橢圓函數的變換方程式中得到。」這是當時未被解決的難題。

高木在 Göttingen 逗留期間解決了上述問題中基礎體為 Gauss 數體的特殊情形。高木把他研究的結果給 Hilbert 看過。回日後他發表這篇論文而得到博士學位。

20年後, 高木完成類體論時 Kronecker 的「青春之夢」的一般情形, 只不過是其中的一種應用罷了。

Hilbert 有銳利的觀察力, 能夠把複雜的對象中真正支配著它的本質挖掘出來。這種高度本質主義也便是類體論的特徵。在 1900年代 Hilbert 的研究已經離開代數整數論, 所以高木沒有直接受到 Hilbert 的指導。但是 Hilbert 在研究本質上和精神上給高木的影響是不可磨滅的。

—本文作者任教於輔仁大學數學系—