上期演練試題解答

閱讀測驗--預習三角函數

葉 東 進

1. C, E　　2. A, D　　3. C, D, E
4. A　　5. B, E　　6. A, B, C, D
7. A, C, E　　8. A, E　　9. A, C, D
10. A

成 套 總 測 驗

羅 添 壽

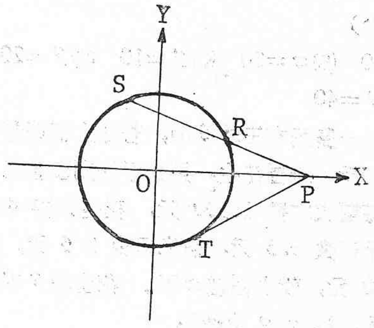
1. A, B, C, D

說明:

因　$\overline{PT}^2+\overline{OT}^2=\frac{\pi^2-4}{4}+1=\frac{\pi^2}{4}=\overline{OP}^2$,

故　$\angle OTP=\pi/2$, $\overleftrightarrow{PT}$ 為切線,

又　$\overline{PR}\cdot\overline{PS}=\overline{PT}^2=(\pi^2-4)/4$



2. A, B

說明:

$$y=x/(1-x)\Longleftrightarrow y(1-x)=x\Longleftrightarrow xy+x-y=0$$
$$\Longleftrightarrow(x-1)(y+1)=-1$$

表一等軸雙曲線，中心為 $(1,-1)$，離心率 $e=\sqrt{2}$，$a=b=\sqrt{2}$，$c=2$，焦點為 $F(1+\sqrt{2},-1-\sqrt{2})$，$F'(1-\sqrt{2},-1+\sqrt{2})$。

3. E

說明:

設切線為 $y=mx+4$，

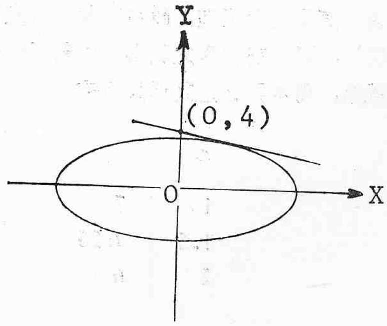
由 $\begin{cases} y=mx+4 \\ \frac{x^4}{4}+9y^2=72 \end{cases}$

得　$x^2/4+9(mx+4)^2=72$

$(36m^2+1)x^2+288mx+288=0$

令　$D=(288m)^2-4(36m^2+1)\times 288=0$

得　$m=\pm 1/6$，由圖形知 $m=-1/6$。



4. E

說明:

∵　$x^2=(\log_a b)^2+2(\log_a b)(\log_b a)+(\log_b a)^2$
$=(\log_a b)^2+(\log_b a)^2+2$

故　$x^2=y+2$

但 $y=(\log_a b)^2+(\log_b a)^2$

$=(\log_a b-\log_b a)^2+3\geqq 2$

故爲拋物線的部份圖形。

5. A, C, D, E

6. C

說明:

$S:|z-4|+|z+4|\leqq 10 \Longleftrightarrow x^2/25+y^2/9\leqq 1$

$T:|z|^3-6|z|^2+11|z|-6\geqq 0$

$\Longleftrightarrow (|z|-1)(|z|-2)(|z|-3)\geqq 0$

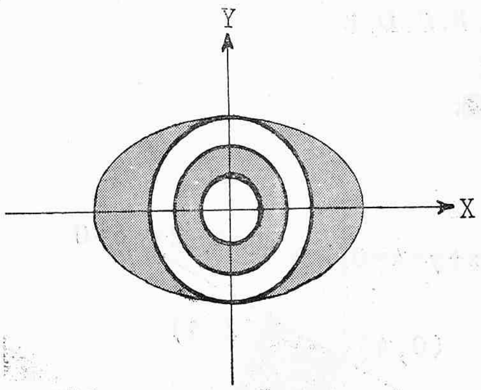
$\therefore$ $|z|\geqq 3$ 或 $1\leqq |z|\leqq 2$

面積 $|S|=\pi ab=15\pi$

面積 $|A|=|S|-(\pi\cdot 3^2-\pi\cdot 2^2)-\pi\cdot 1^2$

$=15\pi-9\pi+4\pi-\pi=9\pi$

$$P(A)=\frac{|A|}{|S|}=\frac{9\pi}{15\pi}=\frac{3}{5}$$



7. C, E

8. B

說明:

因 $a*b=a+b-ab=1-(a-1)(b-1)$

故 $a*(b*c)=a*[1-(b-1)(c-1)]$

$=1-\{(a-1)[1-(b-1)(c-1)-1]\}$

$=abc-(ab+bc+ca)+(a+b+c)$

$=-1-(-2)+0=1$

9. B, C, E

10. B, E

說明:

由 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2\cos t \\ \sin t \end{pmatrix}$

得 $\begin{pmatrix} 2\cos t \\ \sin t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -1\ \sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix} (x+y)/\sqrt{2} \\ (-x+y)/\sqrt{2} \end{pmatrix}$

故 $C:\left(\dfrac{x+y}{2\sqrt{2}}\right)^2+\left(\dfrac{-x+y}{\sqrt{2}}\right)^2=1$

即 $C:5x^2-6xy+5y^2=8$

設 $L':y=x+b$ 和 $C:5x^2-6xy+5y^2=8$ 相切，則

$5x^2-6x(x+b)+5(x+b)^2-8=0$

$4x^2+4bx+(5b^2-8)=0$

令 $D=16b^2-4\cdot 4(5b^2-8)=0$，得 $b=\pm\sqrt{2}$，取 $b=\sqrt{2}$，使 L' 和 L 同過第二象限，則

$d(L,C)=d(L,L')$

$=|(x-y+2)/\sqrt{2}-(x-y+\sqrt{2})/\sqrt{2})|$

$=\sqrt{2}-1$

11. A, B, C（註：原題目漏印 $C=A+B$ 之條件）

說明:

因 $c_{ij}=a_{ij}+b_{ij}=i+j$

故 $c_{ji}=c_{ij}=i+j$

12. A

說明:

設過 (5, 4) 的切線斜率爲 m，則切線爲

$y=mx\pm\sqrt{9m^2+4}$

$\therefore$ $4=5m\pm\sqrt{9m^2+4}$

得 $4m^2-10m+3=0$

$\Longrightarrow \begin{cases} m_1+m_2=5/2 \\ m_1\cdot m_2=3/4 \end{cases}$

$\therefore$ $\tan(\theta_1+\theta_2)=(\tan\theta_1+\tan\theta_2)/(1-\tan\theta_1\tan\theta_2)$

$=(m_1+m_2)/(1-m_1\cdot m_2)=10$

13. A, B, D, E

14. B, C, E

說明:

設四根爲 $\pm\alpha, \pm\beta$，則

$x^4+(a-7)x^3+20x^2+(b-2)x+50$

$=(x-\alpha)(x+\alpha)(x-\beta)(x+\beta)$

$=x^4-(\alpha^2+\beta^2)x^2+\alpha^2\beta^2$

比較係數得;

$a-7=0$，$\alpha^2+\beta^2=20$，$b-2=0$，$\alpha^2\beta^2=50$

$\therefore$ $a=7$，$b=2$

15. A, C, E

說明:

由 $\alpha^3x+\alpha^2y+\alpha z=1$ 知 α 爲 t 的方程式 $xt^3+yt^2+zt-1=0$ 的根。同理 β,γ 也是 $xt^3+yt^2+zt-1=0$ 的根。但已知 α, β, γ 爲 $3x^3-6x^2+7x-1=0$ 的根，故 t 的方程式 $xt^3+yt^2+zt-1=0$ 和 x 的方程式 $3x^3-6x^2+7x\,1-=0$ 同義，於是

$$x/3=-y/6=z/7=1$$

故 $x=3,\ y=-6,\ z=7$

16. A

17. A, B, C, D, E

說明:

$\overrightarrow{P_1P_2}=(1,2,4)$

$\overrightarrow{P_1P_3}=(1,-1,3)$

$\overrightarrow{P_1P_4}=(2,0,5)$

$$①\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 5 \end{vmatrix}=-5+12+8-10=5$$

$$②|\overrightarrow{P_1P_2}\wedge\overrightarrow{P_1P_3}|=\sqrt{|\overrightarrow{P_1P_2}|^2|\overrightarrow{P_1P_3}|^2-(\overrightarrow{P_1P_2}\cdot\overrightarrow{P_1P_2})^2}$$

$$=\sqrt{21\cdot 11-11^2}=\sqrt{110}$$

18. D

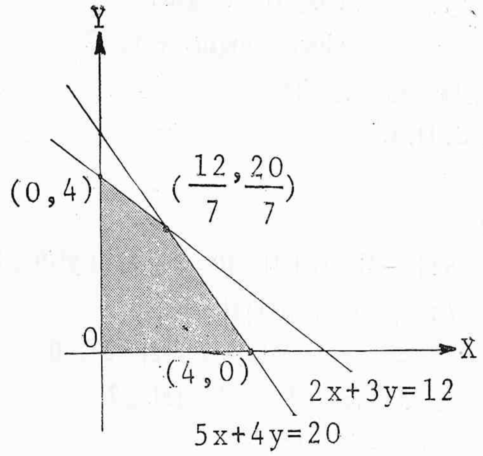
說明:

	尿素	糖	味精
A	1000	500	90
B	1500	400	100
庫存	6000	2000	

設用 A 法生產 $90x$ 公斤的味精，用 B 法生產 $100y$ 公斤的味精，則

$$\begin{cases} 1000x+1500y\leqq 6000 \\ 500x+\ 400y\leqq 2000 \\ x,y\geqq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+3y\leqq 12 \\ 5x+4y\leqq 20 \\ x,y\geqq 0 \end{cases}$$



此時產量 $f(x,y)=90x+100y$ 的極大值爲 $f(12/7,20/7)=440$。

19. 生產砲彈 240 噸、手榴彈 56 噸、子彈不生產，總售價得 249600，此爲最大利益，故本題無正確選項。

20. A, B, C, D, E

說明:

如圖: