

# 蘇菲亞·可巴雷斯卡亞的世界（上）

顏一清

十九世紀後半葉的歐洲在社會史上是一個很特殊的時代。這期間風起雲湧般出現一連串的反傳統思想運動，諸如社會改革，進化論的誕生與風行以及女權運動的興起等不一而足。當時的知識階級認為進步與改變是那個時代的潮流，他們對「將來」具有信心，也有所期盼。

俄羅斯的知識份子更認為他們走在時代的前端。一八五六年帝俄於克里米亞戰爭敗北後，政府的無能顯現無遺。知識份子無不視挽救國運為己任，並主張一切須由政治和社會的改革做起；其中最為迫切的是農奴解放，教育現代化和男女地位平等三大要件。他們不但喊口號，還積極行動，成為當時具有影響力的團體和社會改革的原動力。他們的作為比起歐洲其他同澤要急進許多，甚而引起歐洲其他國家的知識份子的側目與驚恐。

由於當時的時潮，有一群蘇俄女子前往西歐留學深造。其中有一位叫做蘇菲亞·可巴雷斯卡亞（Sofia Kovaleskáya，娘家姓 Korvin-Krokovsky, 1850-1891），她受良師威爾斯特勒（Karl Weierstress, 1815-1899）的砥礪和益友雷富勒（Gösta Mittag-Leffler, 1846-1927）等人的提攜，加上她個

人的才智與努力，她終於擁有自己的一片數學天地，再加上她的耕耘而有所收穫。結果她成為二十世紀以前最傑出的女數學家。下面便是有關她一生的事蹟。

Sofia Vasilevna Korvin-Krukovskaya（暱稱 Sonia）在一八五〇年一月十五日出生於莫斯科。她的父親 Vasily Vasilievich Korvin-Krukovsky(1801-1875) 唸過聖彼得堡砲兵官校，一八一九年至一八五八年在軍籍，官階至將軍。他受過良好教育，英、法語俱佳，是一位波蘭後裔的俄羅斯地主。母親 Elizaveta Fedorovna(1820-1879) 是 Schubert 將軍之女，祖父，天文學家 F.J. Schubert 是一位皇家科學院院士。母系是德裔的俄羅斯人。姊姊 Anna(暱稱 Anyuta) 大 Sonia 七歲 (1843-1887)，還有一個弟弟 Fyodor(暱稱 Fedya) 小 Sonia 五歲 (1855-1919)。

父親在軍籍時喜歡逛俱樂部做豪賭。他表面上不苟言笑，心底很疼愛孩子們。母親比父親年輕得多，長得美麗，有很好的音樂素養和浪漫情懷，喜愛交際應酬，但是不善理家事，也不喜歡帶孩子。孩子們小時候跟保姆在育兒室裡一起生活，再由一位法國女家庭教

師管教。Anyuta 長得很漂亮，生性活潑，因受父母寵愛而驕縱。父母一直巴望生男的，所以 Fedya 受重視。Sonia 夾在中間，常常被忽略。小時候父母親會要保姆打扮好大的和小的孩子帶出去給客人們看，而居老二的 Sonia 常常沒份。保姆和佣人們交談時有意無意間會說 Sonia 不被父母喜愛。Sonia 也鼓起勇氣，要親近媽媽，但往往適得其反。有一回她還把媽媽展示給孩子們看的漂亮衣裳弄壞了。保姆雖然經常強調她最疼愛 Sonia，但是不被父母喜歡的感覺使 Sonia 變得害羞、萎縮又壞脾氣。遇到有委曲事也只有衝向保姆，求得安慰。不過保姆會給她講一些嚇人的故事，害得她成人後還常做惡夢<sup>(1)</sup>。事實上父親最疼愛 Sonia，個性上她也最像父親，弟弟 Fedya 過後回憶說，Sonia 有事沒事會去老爸的書房告訴他她的行徑，別的孩子可沒有這個膽子。男家庭教師 Yosif Malevich 也證實 Fedya 的話<sup>(2)</sup>。姊姊 Anyuta 是 Sonia 最喜愛的，也影響 Sonia 最深。弟弟稍長就跟男家庭教師 Malevich 住在一起，十二歲便進寄宿學校。姊弟的接觸一直要等到 Sonia 唸完學位 (1874年) 後回來才持續。

克里米亞戰爭戰敗後帝俄連首都聖彼得堡都不安寧起來。民衆對當時的政制有所批判。社會上對自由風氣的欲求也強烈起來。鄉村的情況更是嚴重，農民隨時會引發暴動。一些在政府機構做事而難得一顧自己土地的地主們於是有所顧慮，紛紛辭職，回去照顧自己的莊園。Krokovsky 便是其中的一人。本來他帶著家眷隨他服務的地方由莫斯科轉到 Kaluga。到了一八五八年，他辭去軍職，帶

一家人回去經營他富庶的農莊 Palibino(在波蘭、蘇俄邊界)。這樣，他除了工作外捨去了他的豪賭，而太太沒了社會活動，使她老大大不願意，又無可奈何。

在 Krokovsky Palibino 擁有一棟大房子，雙翼是二層樓，中間多出一層鐘樓。他們還有牧場、花園、果園、湖泊、釀酒場和森林。Anyuta 和 Sonia 剛到 Palibino 時好興奮。兩個女孩天天出去探險。有一回，她們整天不見人，好不容易才被找回。她們在野外肚子餓，因吃錯了野莓，回家後病了幾天。Krokovsky 爲這件事很生氣，他覺得照顧孩子們的人失職，就解雇了法國女家庭教師，也把保姆貶到織房去工作。他重新請來一名英國女家庭教師 Smith 小姐。Anyuta 不喜歡 Smith 小姐，就借口說她長大了 (已經十五歲)，搬到二樓媽媽隔房去住。弟弟 Fedya 與新請來的波蘭籍男家庭教師 Malevich 共起居。只有 Sonia 完完全全在 Smith 小姐嚴格的監督之下在一樓過活，天氣好時還得陪 Smith 小姐出去散散步。天氣冷時 Smith 小姐允許她上二樓客廳去拍球玩。客廳裡常散放著一些書本、雜誌。她便隨手翻一本，從某一個段落看起，打完一圈球回來時再補看前、後的章節。因爲如果不這樣做，球聲斷了被 Smith 小姐發現，Smith 小姐會上樓來看，如果她又看到 Sonia 讀兒童書以外的書籍，Sonia 會受到懲罰的。而 Sonia 從小愛認字，已經有相當好的閱讀能力了，很想知道更多的事。她也會做些小詩，但是被 Smith 小姐發現後，叫她在姊弟面前唸出來，還加以嘲弄，所以她如今只在拍球時把詩唸給球聽。

Palibino在 Vitebsk 省，那兒以多森林、湖泊和風景幽美著稱。平時 Palibino 的森林給人神祕、陰森的感覺，但是結伴去森林玩耍是件樂事。Krukovsky全家，除了男女主人外，夏天大夥兒會去採野果，秋天去採集各種菌類，歡愉地滿載而歸。寒冷的冬夜，有時成群的野狼集攏在結成冰的湖泊上叫哮，聽得在陽台上的人們背脊發涼，連伴隨的狗也夾著尾巴，緊靠在主人身邊。

Sonia心理上總覺得沒有被父母疼愛。所以有人對她表達比她姊弟更多的關懷時她便好喜歡對方。親戚裡就有伯父和小舅舅這麼兩位她特別喜歡，也影響了她以後對科學的探究。

Sonia的伯父 Peotr Vasilevich 由於生性太善良，父母親不忍心放他出外讀書。長成後卻娶了一個美麗但刁蠻的太太。後來他的太太被下人害死了。他經過這個打擊，不再管人間事，以讀書自娛，知識很廣博。他是 Palibino 的常客，因為那裡的書房有好多書可讀。他也需要有個談伴，而 Sonia 是他很好的聽者。他向她傾談他的理想和他所知道的事。在數學方面，他告訴她把圓面積變成正方形面積的方圓問題；一直線無限接近於某曲線但不相交，這叫做漸近線，等等，聽得她好興奮又好奇。

她的舅舅 Fedor Fedorovich Schubert (1831-1877)，是在聖彼得堡媽媽娘家中唯一的男生，很受眾姊妹鍾愛。Sonia九歲時舅舅從大學畢業不久後突然造訪 Palibino。在大家熱烈歡迎中 Sonia 覺得他既年輕，英俊又活潑。Sonia 目不轉睛地盯著他

看。舅舅就問媽媽：「這個小姑娘是 Anyuta 嗎？」媽媽說：「不是，她只是 Sonia」，那天晚餐後的水果是一大盤茶蘆子 (gooseberries)。舅舅拿過去一堆，吃著吃著就笑起來了。他說：「我一直在想 Sonia 的綠色大眼睛像什麼？現在我想到了！就是像這些茶蘆子！又大，又綠，又甜。...，真的，很美，又很綠！」餐後舅舅讓 Sonia 坐在他膝上，說：「小姐，我們彼此來認識認識，好麼？」。當他知道她知識蠻豐富時他說：「多聰明的孩子！那我不能講童話故事給你聽囉。」，就說一些滴水蟲、海藻、珊瑚礁的形成等生物故事給她聽。結果在他做客期間，晚餐後他們都有一段談天說地的時間了。

男家庭教師 Malevich 教 Sonia 算術，一點幾何和代數，Sonia 受 Pyotr 伯父的影響，喜歡較抽象的數學，如無限大，漸近線等，不怎麼喜歡算術。父親不贊同女孩子受太多教育，覺得 Sonia 已經學到足夠的數學了。Sonia於是只能向 Malevich 偷偷地借 Bourdon 的「代數學」，又怕被 Smith 小姐發現，把書藏在枕頭底下，等到夜裡大家睡著了，才點起燈來偷偷地看。

Krukovsky一家人要搬回 Palibino 前房子重新裝修過。由於從聖彼得堡訂購的壁紙短少些許，再去訂購路途又太遙遠，便把 Krukovsky 讀軍校時 Ostrogradsky 教的微積分講義權當壁紙貼在育兒室的部份牆壁上。Sonia十一歲的時候有一天她發現育兒室發黃的壁紙上寫的東西跟 Pyotr 伯父講的數學有關聯。有些符號又奇奇怪怪的，很有意思。她就一而再，再而三地站在壁紙前看，再想，這一張該接往那一張。稍長後她有機會跟

Stranolybsky 教授學微積分，老師對 Sonia 的領悟力感嘆不已，其實對 Sonia 來說，這些內容是她的舊識了。

英國女家庭教師 Smith 小姐在 Palibino 從一八五八年待到一八六四年，Sonia 在她管教之下。但是 Smith 小姐老跟 Anyuta 衝突，而每回都以辭職為要脅，女主人安撫她下來，最後一次媽媽為了家庭的安寧，讓 Smith 小姐走路，不過還是介紹她去娘家工作。Smith 小姐在時隨時阻撓 Sonia 和 Anyuta 接近，這更助長了 Sonia 對姊姊的愛慕，中間還夾著一絲絲妒意。對 Sonia 來說 Anyuta 的一舉一動都充滿著魅力。

Anyuta 被父親帶回 Palibino 時已滿十五歲，本來不久她就可以在聖彼得堡的社交界露面的，結果被帶回偏僻的 Palibino，使得 Anyuta 如同籠子裡的困獸般。她得想法子打發她的時間與精力。起先她騎馬，看浪漫小說。後來接觸到兩位到過 Palibino 的年輕虛無主義者 (Nililists)，受他們的影響，她舉止大變，由驕蠻而變成為樸質，溫和可親，並閱讀許多從聖彼得堡購得的書籍。

帝俄在克里米亞戰爭戰敗後一群知識份子以挽救國運為己任，積極從事社會改革，他們認為學習科學和醫學是他們拯救國家、社會的捷徑，他們幾乎把科學看做是進步與真理的同義字。於是他們先教育自己，然後想為鄉梓貢獻一己所能，如當個鄉村醫生或開辦學校，教育鄉親們等。早期他們的作為是溫和的。但因作品，行動受到官方的嚴厲檢查和鎮壓，或因請願、遊行而被捕，被判流刑或死刑，使這一群人終於走向極端的恐

怖主義。當時的作家屠格涅夫 (Turgenev) 在他的小說「父與子」中以男主角巴薩洛夫 (Bazarov) 為這一類知識份子的代表人物，他以調侃的口吻稱 Bazarov 為虛無主義者，認為 Bazarov 否定沙皇政制下的一切。結果這一群知識份子欣然接受這個稱呼。他們又自稱「六十年代、七十年代的兒女們」。

六七十年代的虛無主義者學習科學的信念及熱誠，加上政府一時的提倡，十九世紀後半葉成為帝俄科學史上的黃金時代。諸如，在生理學上出現 Sechenov, Timiri-azeiv, Mechnikov, 化學界有 Mendeleev, Bullerov, Markovnikov; 在胚胎學上有 Aleksander Kovalevsky; 在古生物學上有 Vladimir Kovalevsky, 數學界有 Sonia Kovalevskaya, Chebyshev 等人。

婦女們也開始努力要受高等教育。她們在聖彼得堡各大學的課堂旁聽。在一八六二年大學之門有跡象開放給婦女們。但是帝俄政府發現婦女受教育的志向跟虛無主義有瓜葛，也就否定了這件事。因此，婦女們要接受高等教育只有訴求於出國留學一途了。不過俄羅斯是一個父權體系，女子出國須父親或丈夫授權才可以。虛無主義者以實際行動來表示對這些想出國讀書的婦女們的支持。他們願意跟她們辦理假結婚，以便帶她們出國唸書。婦女們出國後多數也讀自然科學與醫學。一則西歐科學界人士比較容易接受她們，二則她們要做給男人們看她們有能耐讀大家認為人類知識中較艱深、抽象而有用的科學。

Anyuta 前前後後幾次向她父親提出去聖彼得堡唸書的意願，但是都被否決了。父

親說：「如果妳不了解一個好人家的女兒在出嫁前一直要跟雙親一起生活的話，我沒有什麼好跟你談的了。」Anyuta 覺得無望，人變得沈悶起來。然後她開始寫作，寫了兩篇故事“The Dream”和“Michal”投稿到頂頂有名的陀斯妥也夫斯基 (Dostoevsky, 1821-1881) 兄弟合辦的雜誌“The Epoch”，並且被接受了，分別登在 The Epoch 8(August), 9(September), 1964。Dostoevsky 還給她信，鼓勵她再寫，並附來稿費。不巧信在一八六四年九月十七日媽媽的命名日宴會的忙亂中被做父親的截到了。Krukovsky 非常震怒。事後他責備 Anyuta 跟陌生男人通信，還接受錢。他說：「現在賣妳的故事，以後就會出賣妳自己。」女作家使他聯想起喬治桑 (George Sande, 法國十九世紀女作家) 等人。女扮男裝，還抽煙，又亂交男朋友，噁心已極。但是父親是一位會修正自己觀念的人，過後讓 Anyuta 朗誦她的作品“The Dream”，還蠻感動的。就允許在一八六五年一月媽媽和兩個女兒去聖彼得堡姨媽家渡假時 Anyuta 在媽媽在場之下可以接見 Dostoevsky，他們的交往於焉開始，Dostoevsky 還跟 Anyuta 求婚過，雖然沒有結果，Dostoevsky 和他再婚妻子瑪麗亞跟 Anyuta、Sonia 之間的友誼持續到他們有生之年<sup>(2)</sup>。

Palibino 一帶的土地原先屬於波蘭，後來波蘭被德、俄、奧三國瓜分而歸屬俄國。Krukovsky 就有一半波蘭血統。一八六三年波蘭反叛帝俄的事件中，附近的年輕地主 Briunsky 也參與，後來他的領地被

沒收，人也失蹤了。他臨走前還給 Sonia 提過一首詩。經過這件事，Sonia 對波蘭，革命等事敏感起來，開始要讀波蘭歷史，波蘭語。

Palibino 的鄰居有一位叫做 Nikolai Nikanorovich Tortov，是位聖彼得堡海軍專科學院教授。他也關心婦女教育。一天他送給 Krukovsky 他新近出版的一本物理學入門書。Sonia 拿到手，認真地讀起來。她不懂書中有的三角函數，問家庭教師 Malevich 正弦是什麼？Malevich 不懂。她只好自己苦思，終於想成爲圓弧度角與半徑之比。這正是正弦原始的定義。由於 Tortov 討論的都是很小的角，所以她的解釋法行得通。下次 Tortov 來訪時 Sonia 找機會跟他討論書裡的內容。Tortov 簡直不能相信 Sonia 看得懂他的書。等到她告訴他她對正弦的解釋後 Tortov 好興奮，他慫恿 Krukovsky 給 Sonia 接受高等數學教育。父親終於答應下來。再下一次的一八六七年冬，Krukovsky 母女赴聖彼得堡時 Sonia 便被安排在 A.N. Strannolyubsky (1839-1903) 教授之下學習解析幾何學和微積分。Strannolyubsky 驚訝於 Sonia 的領悟力。其實對 Sonia 來說，育兒室的壁紙曾經給過她啓蒙教育了。

兩姊妹在聖彼得堡結識了一些新時代的女性，其中有她們的表姊妹，皇家司令 Evreinov 將軍的女兒 Zhanna (二十四歲)，Zhanna 的表妹 Iulia Lermontova (二十二歲)，還有假結婚過的 Maria Bokova-Sechenova 等人。

一八六七年她們這些人聚會歡迎從蘇黎世獲得醫學士回俄的 Nadezhda Suslova，

表姊妹們看到了榜樣，急著要找可當假結婚的對象，以便出國讀書。但是願意提供假結婚的男士其實並不多。因為這是一種很大的自我犧牲行爲，婚姻關係又很難解除。

終於 Maria Bokova 介紹 Anyuta 和 Zhanna 跟 Vladimir Onufrievich Kovalevsky (1842-1883) 認識。Kovalevsky 是達爾文 (Darwin) 和赫胥黎 (Huxley) 的忠實門徒。當時他在聖彼得堡從事科學與政治刊物的出版。哥哥是很出名的胚胎學家 Aleksander Onufrievich Kovalevsky (1840-1901), Kezan 大學教授<sup>(3)</sup>。Anyuta 和 Zhanna 要 Kovalevsky 從她們兩人中挑選一個新娘來，假結婚後帶新娘出國讀書。另一個女孩由新夫婦當監護人可同行。

有一回 Anyuta 帶 Sonia(當時十八歲)一同去見 Kovalevsky, 結果 Kovalevsky 看上了 Sonia, 就到 Palibino 向 Krukovsky 提親。Krukovsky 說他小女兒 Sonia 太年輕了，再等著吧。倔強的 Sonia 於是採取非常手段。她等家裡在宴請顯赫的親戚、朋友的晚上跑到 Kovalevsky 的住處，留下條子給父親說：除非他同意婚事，否則她不回家。父親無奈，叫他們一起回來，正式介紹給親友們他小女兒的「未婚夫」。不過這件事傷透了做父親的自尊心，有一段時間 Krukovsky 不願意跟 Sonia 說話。

在訂婚期間 Sonia 很用功讀書，也勸 Kovalevsky 唸書。一八六八年十月他們在 Palibino 結婚了，婚後他們赴聖彼得堡。Sonia 重新跟 Strannolyubsky 教授上數學課程，也去旁聽 Sechenov 的生理學和解剖

學，N.N.Zinin 的化學。在讀書過程中她發現她最感興趣的還是數學。她寫信給 Anyuta 說：「在這好時光，我如果不加把勁唸我喜愛的課程，來彌補以往流失的時光，恐怕這一輩子沒法走完自己選擇要走的路。」。Sonia 滿開心，不過她對 Anyuta 很有些虧歉感，因為每次都是 Anyuta 打先鋒，而 Sonia 坐享其成。因此在給姊姊的信中也做些無病呻吟。

Anyuta 可以陪伴新夫婦出國，Iulia 也得到父母的同意去國外唸書。不過 Zhanna 的情形最糟。她父親寧願見女兒死去也不願見她讀大學，何況有位大公 (Grand Duke) 垂青於 Zhanna, 這可是光耀門楣的事咧。

新夫婦和 Anyuta 在一八六九年四月抵達維也納。在那兒 Sonia 沒有找到肯接納她的教授，Vladimir Kovalevsky 又以 Sonia 的需要為優先考慮，所以五月他們便轉到海得堡去試運氣。海得堡大學的數學與自然科學教授願意收 Sonia 為學生，學校當局也就允許了她的入學。在那裡的三個學期她每星期上十八節到二十二節的課。物理是跟物化學家 Gustav Kirchhoff 學的，並上實驗課。生理學跟 Hermann Helmholtz, 數學跟 Leo Königsberger 和 Paul Dubois Reymond 上，這些教授都很有名氣。Vladimir 則選擇唸地質學。Anyuta 想往政治方面研鑽就選擇去巴黎。不過跟父母是交待在海得堡求學，這樣兩姊妹每年可以從父母處各得一千盧布生活費。

Iulia Lermontova 在九月到達。她想學化學而化學教授 Wilhelm Bunsen 一向聲言不讓女生進他的實驗室。結果 Sonia 帶

著 Iulia, 用她那對大而明亮的綠色眼睛向他請求接納 Iulia 時他竟答應了。事後他反悔不已, 說:「這個女人 (Sonia) 很危險, 她竟讓我對自己食言了。」<sup>(4)</sup>

Iulia和 Sonia 同住, Vladimir 住在隔壁。三個人相處愉快, 而都以兄弟姊妹相稱呼, 並勤奮讀書。終其一生 Iulia 成爲 Kovalevsky 夫婦最忠實的朋友。

假日他們夫婦會去採集地質標本或是去英、德、法等國旅遊。在一八六九年十月初他們到英國見到達爾文 (Vladimir 認識他, 出版過他的著述) 和赫胥黎, 後者介紹 Sonia 認識英國數學界人士, 又經人介紹與 George Eliot 見面。在 Eliot 家他們遇到了另一個客人 Herbert Spenser (哲學家, 達爾文社會學理論學家)。Spencer 認爲女人的智力不如男人, 不適合學科學。Eliot 指著 Sonia 說, 「喏, 反例就在你眼前!」。

俄羅斯女性陸續到國外求學。到了一八六九年十一月 Sonia 她們的住處就多出 Anyuta (從巴黎來玩), Zhanna (她千辛萬苦到達), 她的妹妹 Olga 與遠親革命黨人 Natalia Armfeldt。Vladimir 讓出房間給她們住, 他搬到較遠處, 偶而也來陪 Sonia, 替她添購衣物 (Sonia 向來不考究穿著) 等。不過 Sonia 和 Vladimir 間的關係經過 Anyuta 和 Zhanna 等人的介入後變淡了。Anyuta 和 Zhanna 認爲 Vladimir 既然完成他的任務, 帶她們出國後應該要消失不見。後來 Zhanna 去 Leipzig 讀法律, Natalia 回俄, 投入革命行列。Anyuta 又回巴黎, 認識法共 André Leo 等人, 稍後和激進

份子 Victor Jaclard 墜入情網, 不久父親發現 Anyuta 不在海得堡, 停止寄給她錢。Sonia 只得跟姊姊一年共分一千盧布, 又有借住的人, 生活變得拮据起來。

一八七〇年春 Sonia 爲了散心到巴黎探望 Anyuta, 這才發現 Anyuta 跟一個法國小子 Jaclard 同居。Sonia 很火, Anyuta 曾經對 Vladimir 很有過意見呢! 而她竟跟人同居, 爲這, 兩姊妹的感情有一度疏淡起來。<sup>(2)</sup>

一八七〇年 Sonia 和 Iulia 帶著她們老師們的介紹信到達柏林。Sonia 的老師 Königsberger 和 Reymond 向他們的老師, 著名的 Karl Weierstrass 推介她。Sonia 希望 Weierstrass 能幫她進柏林大學。Weierstrass 對婦女受教育有意見, 他本人又很忙。Sonia 見 Weierstrass 時帶著一頂寬邊帽, 這回把眼睛幾乎都遮住了, 看起來老成些 (當年她二十歲)。Weierstrass 一向待人親切, 他不會一見面就回絕人, 便給 Sonia 他新近給學生上的有關超橢圓函數的問題, 教她做出來後再來見他。一星期後 Sonia 拿著問題的解答來求見 Weierstrass。Weierstrass 驚訝 Sonia 把每個問題做得恰到好處。他發現 Sonia 是他見過的學生中難得的有高度才華的人。<sup>(5)</sup> 不過那一陣子到外國的俄羅斯婦女有激進分子兼品德敗壞的風聞, Weierstrass 於是給 Königsberger 信, 要他詳述 Sonia 的數學能力和人品。Königsberger 給他圓滿的回答。於是 Weierstrass 和 Emil Du Bois Reymond (Paul Du Bois Reymond 的兄弟) 極力向柏林大學推薦 Sonia 的入學,

但是遭到 E.E. Kummer 等人的反對而沒有成功。Weierstrass不得已，答應個人教授她。他給她他的講義，每隔一天教她。星期天 Sonia 經常由 Iulia 陪伴著去 Weierstrass 家做客。Weierstrass 當年五十五歲，一直沒有結婚，由他的兩個妹妹 Clara(1823-1896) 和 Elise(1826-1898) 照料他的起居生活。他們都很喜歡 Sonia 和 Iulia。<sup>(6)</sup>

Weierstrass從此教導 Sonia 四年，事後在數學與個人事項上都給她珍貴的意見。他們之間的通信其中中斷過三年之外持續到 Sonia 之死。Sonia死後 Weierstrass 把她的信件全部燒毀。一直到一九九〇年一月 Reienhard Bölling 在瑞典 Djursholn 的 Miltag-Leffler Institute 的 Sonia 的遺物中翻出一封 Sonia 在一八八三年十二月初到達 Stockholm 後寫給她老師的信燒過的殘片。<sup>(7)</sup>

Sonia和 Iulia 在柏林期間除了全神貫注於讀書外生活枯燥。她們難得見 Weierstrass 兄妹以外的人。Vladimir 在 Jena 大學做學位論文，他也沒有什麼經濟基礎，不能常來見她倆。

普法戰爭末期 Thiers(當時法國共和首腦) 棄守巴黎，帶政府軍逃至凡爾賽，讓巴黎內的國民軍獨擋圍城的普魯士軍。過後法國政府在恥辱的條件之下和普魯士訂和約。但是國民軍不肯放下武器，於一八七一年三月十八日宣佈成立巴黎革命政府 (Paris Commune)，四月二日政府軍開始攻擊巴黎，五月二十二日巴黎陷入政府軍手裡，當時巴黎男女老幼死傷逾萬。

在這之前有一段日子 Sonia 沒有得到 Anyuta 的消息，她很焦慮，就由 Vladimir 陪伴，在一八七一年四月初冒險沿著賽納河潛入巴黎。他們見到了 Anyuta 和 Jaclard。兩人在 Commune 裡是領導人物，參與決策和運作，Jaclard還是 Montmatre 國民軍司令。Sonia和 Vladimir 在烽火中從四月五日到五月十二日待在巴黎，然後又回去各自的讀書崗位。但是不久消息傳來，Anyuta失蹤，Jaclard 被捕。他們在六月十日趕回巴黎，發現 Anyuta 安全，但被通緝。他們設法讓 Anyuta 赴英投靠馬克斯 (Marx) 與盎格斯 (Engels)，並發報給父母說 Jaclard 危險，很可能被處死。父母親據報趕來巴黎。Krukovsky 和 Thiers 是舊識，可能透過某種關係 (沒有人願意證實)，Jaclard在換監獄途中逃脫，借 Vladimir 的護照到達瑞士。這回 Krukovsky 不再刁難 Anyuta，在一八七一年夏天在父母出席之下 Anyuta 和 Jaclard 完婚了。

Sonia又回到柏林，Weierstrass 教她數學以外還會跟她討論新近的研究工作。Sonia過後回憶說：「... 這些在我的數學生涯中影響甚巨，並決定了我該研究的方向。我的工作全在 Weierstrass 的理念之下完成。」

Weierstrass也非常器重 Sonia。他常說 Sonia 是他最有天份也是他最關愛的學生。雖然學生群中他認為最傑出的有 Königsberger, Hensel, Hermann Schwarz 等人，不過 Sonia 對 Weierstrass 的分析系統的了解也最透徹。

一八七二年三月 Vladimir 從 Jena 大學獲得博士學位。他的論文在古生物界廣受



好評。過後他赴英拜訪達爾文和赫胥黎等生物界人士，也看到英國式溫馨的家庭生活，羨慕之餘有心結束他自己的婚姻。

Anyuta在蘇黎世居住，認識了學數學的 Elizaveta Litoïnova，很想透過她讓 Sonia 來瑞士跟 Hermann Schwarz 學，以消除 Sonia 和 Weierstrass 之間的一些風聲。(事實上 Weierstrass 對 Sonia 所懷的是像父親般的關愛)。(5) 倒是由此 Sonia 與 Litoïnova 認識，後來 Litoïnova 為 Sonia 作傳。

一八七三年春 Vladimir 回俄參加碩士考試以便得到教職機會，但考試沒有過，他很頹喪，這時候 Sonia 來安慰他，彼此又親切相待，從夏天起他們比鄰而居，一起旅行，也做回聖彼得堡的計劃。心情安定下來後 Vladimir 又專注於他的化石搜集和檢驗工作。這一段時間他的成果又贏得歐美專家們的讚賞。Sonia 專心寫她的論文。她第一次交給 Weierstrass 的論文和 Schwarz 留給 Weierstrass 的論文複寫本內容相等，她只好從新再做。

到了一八七四年春天她寫出三篇論文。每一篇的份量都很重。第一篇是首要的。叫做「關於偏微分方程的定理」。她推廣 Cauchy 的一階偏微分方程組的存在及唯一性定理為  $r$  階。如今這個定理被稱做「Cauchy-Kovalevsky 定理」，波昂卡雷 (Poincaré) 給她的評語是：「Kovalevsky 有意義地簡化了證明過程，並給定理最後的形式(8)。」在第二篇論文，她把 Abel 積分從繁化簡。第三

篇是理論天文學的古典問題。Laplace 以為土星環 (Saturn's ring) 是橢圓球，Sonia 做出的結果是卵形體 (ovaloid)，並對稱於單一軸。

Sonia 依 Weierstrass 的建議把論文提到哥丁根 (Göttingen) 大學，因為它在一七八七年給過 Dorothea Schlözer Rodde 無口試博士學位 (degree in absentia)<sup>(2)</sup>。Sonia 終於在一八七四年獲得無口試博士學位。她的學習時代終於告了一個段落，真正的生活要開始了。

一八七四年夏末 Vladimir 與 Sonia 回俄，他們先去 Palibino，九月杪到聖彼得堡，跟 Sonia 的親戚同住一棟樓房。Iulia 經過口試，也拿到哥丁根大學的化學博士，她來跟他們同住。起先聖彼得堡科學界熱烈歡迎他們三人。在宴會中 Sonia 認識了數學家 P.L.Chebyshev，他是俄羅斯數學界中對 Sonia 表示友善的第一人。但是他們三人並沒有得到想要的工作。只有 Iulia 努力了一年後獲得適當的工作。除了開放給婦女的初等數學教學外，Sonia 全沒有到高等學校或大學教書的機會。Sonia 調侃自己說：「不巧，我對背九九表並不擅長。」，她想參加學位考試，以獲取就業機會，但門兒都沒有。Vladimir 在一八七四年得聖彼得堡地質學會獎，一八七五年三月通過聖彼得堡大學碩士學位考試，這樣有了在大學任教職資格，但還是沒有工作，況且他還欠出版界一些債未還。(本文未完，待續)

—本文作者任教於輔仁大學數學系—