

# 君子不器 —— 談高中微積分的教學

葉東進

最近 (83年4月) 看到國內高中數學課程標準 (修訂草案), 發現目前高中數學教材中的理科數學部份被作了大幅的改變, 不僅內容上減少許多, 原本大張旗鼓以微積分爲基礎的數值方法在草案中完全被砍掉, 就是有關極限及導數, 指涉的函數對象也僅限於多項函數、有理函數; 此外在授課的時間上也被移往高三下學期進行。這樣的大翻修, 並無法教人可以判斷改革後的課程標準是否會較以前的合理或進步, 但是可以肯定的竟是, 高中微積分的教學, 其目標定位及教材內容是人言言殊, 迄無定論。

不過, 如果從二十多年來國內高中數學教學的某些現象來看, 經驗告訴我們, 課程標準的定論其實並不具備多大的指標意義。動員大批人力, 花了不少經費所訂定的標準及課本, 一交到教師們的手中就幾乎大部份變了樣, 所呈現在課堂上的教學內容是既混雜, 不按劇本; 教學的目標也是模糊, 不按牌理的。這樣子說並不過分, 只須看看有多少現在的高中生是真正用心在讀教科書, 按部就班打基礎的就能瞭解。

對尚在學習基礎數學的高中生來說, 教師如果在解題的演示中時常傳達這樣的訊息:

微積分是一個較中等數學厲害的工具。雖然這是事實, 也必然會引起學生對使用微積分的好奇, 但是, 基本上將對他們的學習心態及思考能力帶來負面的影響, 這就如同有些家長相當自以爲是在教他們國小的孩子使用聯立方程去解四則應用問題一樣。現代的人過於強調快速、方便, 這反而教人失掉了許多觀察與思考的機會。由於缺乏自我經營的體驗, 人終將只是一個被潮流驅使的工具而已。我喜歡告訴學生, 如果我們用兩腳走路, 雖然慢, 但一路上有機會瀏覽周遭景物, 並以欣賞的心情去看待草木與人物, 走累了, 可以坐下休息, 自在聯想, 然後繼續朝向目的前進; 如果改騎腳踏車, 是比較快, 但無法仔細的看清周遭事物, 偶而還能保有賞心悅目的心情, 即使途中車子有些故障, 我們還能憑一點知識敲打修理; 如果換乘車子, 那是更快了, 但對周遭的事物只能留下模糊印象, 甚至視而不見, 至於車子若是拋錨了, 大部份只有心力交瘁, 束手無策等待救援; 而要是改坐飛機的話, 快是夠快了, 但是途中你根本看不到任何景物, 常常只是一片白茫茫, 若是途中飛機故障, 那就不堪想像了。

學習的道理跟上面說的一樣, 如果只是求快、圖方便, 讓功利的思想主宰了學習, 只

顧結果，不重過程，學到的儘是一些花拳繡腿，沒有紮實的工夫，最後只有經不起變化，不堪一擊。特別是數學，過程的參與尤其重要，不論是內容及意義的瞭解，或是方法的掌握，都只有在過程中步步經營才能獲得，也惟有如此，才可能建立整體的瞭解，培養出處理問題的實力。許多人不明白這層意義，學習生涯中只想急功近利，靠零碎的記憶去應付考試，卻倒頭來反在抱怨說學了多年的數學，一點也使用不上。

微積分的教與學亦復如此。微積分可以說是對變動事物進行數理分析的基礎理論和基本工具，它的發展是以中學的數學為基礎，因此對完成基礎數學的高中生來說，緊接著學習微積分是很自然的事，只是在教學上，不論是題材的取舍或是涉及觀念的深淺程度都當有別於大學微積分。就因為如此，才會在目標定位及教材內容上見仁見智，各有看法，但無論如何，在完成基礎數學之後，進入微積分的教學之前，就如同登山者在中途必須有所駐留回顧一樣，此時教師應該引領學生對“基礎數學的內容、方法及其意義是什麼？”這個大問題作出反省，思考及整理，以此為基礎，在微積分教學的開始階段及其後續的進程中，時常以這樣的問題提醒學生：

我們在處理什麼問題？已有的工具夠用嗎？不夠的話，關鍵在哪裡？引入新的工具後，問題解決了嗎？

上面的問題主要在使學習者看清楚教與學的目標，針對目標。則逐步引進下列的題材：

- 一. 面積 (與體積) 的計算。
- 二. 切線的一般求法。
- 三. 函數圖形的描繪。
- 四. 近似的估計。

至於引起較多爭議的關於目標定位及教材內容，個人反倒覺得不是一個很大的問題，畢竟各校各班教學對象的程度不同，吸收的能力有別，教師如果能夠拋開對聯考的迷思，是應當有自主的能力去作因材施教，對於教材的取舍作彈性的處理。特別要提出的一點是，無論如何，不能把微積分的教學看待成只是一種快速解題方法的傳授而已，所謂君子不器，這在數學的教學上實在有著深刻的意義。我們都知道，微積分的發明，對近代數學、科學及工藝的發展有著極大的貢獻，也起了深遠的影響，它的發展進程中連繫著人類文明史中一些極為重要的概念與方法，二千多年的歷史中，網羅了多少優秀的頭腦投入了巨大的心力才有最後的可觀，對於這段漫長艱苦的探險奮鬥歷史，教師如果略而不提或只是三言兩語的輕輕帶過，無疑的將使學生錯失了一次領略人類智慧發展的大好機會，實在算得上是教學的一大遺憾吧。

—本文作者任教於新竹市實驗高中—