

談合作

楊照崑

一. 前言

不能團結合作，像一盤散沙，向來為國人所痛心。有人甚至把「不合作」列為民族的劣根性之一，即使教育也改不過來了。因為我們並非不知道合作的好處，我們知道得太多了！柏楊先生曾說中國人不但知道合作的好處，而且知道到能寫一本書，甚至可以寫上一火車書。但就是不能合作（註一）。幽默的柏楊在這件事上可看走了眼，如果合作真有一火車的好處，聰明的中國人豈有不合作之理？（註二）為什麼人們知道合作的好處而不合作？那必定是因為合作至少有一條壞處，而那條壞處的份量壓倒了一火車的好處。合作的壞處是什麼？就是可能吃虧上當，而合作的好處呢？也只有四個字，就是可以互補長短，因而增加工作的效率。本文的目的就在從數學的推理來分析合作，我相信也只有這樣理智的討論才可以除去團結的絆腳石，漸漸的走向實際的合作之路。

二. 合作的基本模式

現用一個例子來描述合作的好處與壞處。假定A, B兩人是鄰居，A會修車而B會

修屋。假定B修車要花100元，但若A來幫他修只需50元，但修屋的情形剛好相反，B可用50元修好，但A得花100元的工夫。假定兩人車、屋會同時壞，因此如果合作，雙方都有利。可是如果A先替B修了車而B卻拒絕替A修房子，則對A而言，反而損失了50元。因此合作的好壞可由圖一表示之。

		B	
		合作	不合作
A	合作	50 (R)	-50 (S)
	不合作	100 (T)	0 (O)

圖一. 合作與不合作對A的好處

在圖一中，數字表示在一次修車修房中，若以雙方不合作為0基準時，A所得的利益。其中R, S, T, P為一般利益的代表，以後的公式會用到。此表很容易明白，雙方都合作，A省了50元，但若A合作而B不合作，則A白損失了50元。

由此表可見若雙方合作，對雙方都有

利，也就是一個合作的團體，大家都有利。但對A而言，則要看B的態度而定，不過因我們看不見對方的心裡，合作就成了一個難題（註三）。稀奇的是，不論B合作或不合作，A都是不合作為佳（因 $T > R$, $P > S$ ）。當然B也是一個聰明人，他也看見了不論A合作與不合作，他也是以不合作為佳，因此我們看見的是「不合作」乃聰明之表現，這些你覺得“笨”不懂得與你合作的人，正是因為他害怕你太聰明。但一個聰明的「團體」還是合作的好，真是左右為難。

圖一所表示的只是兩人一次接觸時的情形。在兩人多次接觸時，情形就不相同，我可以看對方的合作記錄做為我與他合作的準則，在什麼情形下該與對方合作呢？顯然的，對方若專佔便宜不幫我的忙，我一定不幫他的忙。但若對方永遠合作，則對我而言，不必幫他的忙，仍以不合作為最有利。但對方若採取報復以牙還牙，則我一昧不合作也許就非上策了，因此我的最佳策略取決於對方的策略，到目前為止，我們仍沒有找到一個萬全之策可以對付所有的合作策略。在一九八〇年，亞克斯諾 (Axelrod) 用計算機做了一次模擬實驗，發現一個簡單的策略為一切策略之上乘。我們現在談談他的結果。

三．亞克斯諾實驗

亞克斯諾的實驗是請許多教授專家寫下自己心中最佳的策略，一齊放入計算機互相接觸，然後以按圖一為各人計分。他所用的是 $R = 2$, $S = -1$, $T = 4$, $P = 0$ 。在A, B在接觸200次後停止，他這樣做的目

的在於集天下高手於一堂，互相較量，大概會與我們在社會上的情形相似。參加比賽的有63人之多，其中不乏數學、物理、生物、心理、經濟、計算機等的教授，無論如何，都是聰明人。比賽結果以加拿大多倫多大學心理教授 Rapoport 的「先做好人，以牙還牙」(註四)策略積分最高。他的策略是

- 一．與對方第一次接觸時與他合作。
- 二．以後以牙還牙，對方上次合作，我就合作，他不合作，我也不合作。

這個策略並不驚奇，我們平常大概也採取類似的方式，但它竟能擊敗群雄，包括那些精心設計的奇巧絕技到出人意外。這個方法的精神在於給合作一個機會，但絕不姑息，且善寬恕。有一種只要對方一次不合作就永遠不再與他合作的政策，得分不多。另外一種用丟銅板法決定是否合作，即使對方永遠摸不著他的意向，也積分很少，原因是聰明人（的策略）一看此人極不可靠，就不同他合作了。

不過這是在高度（200次）接觸時才有的結果，前面說過，如果只有一次接觸，不合作是最有利的策略。但在一般情形下，我們也不知道接觸的次數，但我們也許可以猜到下次相遇的或然率。設此或然率為 W ，用圖一的符號，則以牙還牙的總利益的期望值為（註五）

$$R + RW + RW^2 + \dots = R/(1 - W)。$$

但一個全不合作者遇到一個「先做好人，以牙還牙」者的利益期望值為 $T + WP +$

$W^2P + \dots = T + WP/(1 - W)$ 。因此在 $T + WP/(1 - W) > R/(1 - W)$ 即

$$W < (T - R)/(T - P) \quad (1)$$

時，不合作比以牙還牙有利。以圖一為例，若兩人再見的機會 $W < \frac{1}{2}$ 時，一個不合作者即可在以牙還牙人群中佔到便宜。這自然與我們日常生活相合，對以後難碰面的人，我們不敢輕易信任而交以重任或重金。而有些奸商也帶著撈一票就走的方式欺騙顧客，唯一的防範就是連第一次機會都不給他。

四. 生物界的合作之例

生物界除了共生（像大豆與根瘤菌，人與大腸菌）之外，同類之間合作的例子很少，它們可能合群，但在群體中仍然各顧自己，談不上幫忙。其原因可能是因為早期生物沒有足夠的神經組織可以互相認識，因此不合作成了最佳生存之道，而在全不合作的陣營中，第一個採取任何一個合作政策者都會因吃虧而被淘汰，但也可在長期家族互依的情形下而進化或有限度的合作（註六）。不過任何一種生物界可行的策略，必須有其穩定性，也就是說在這種策略之下，別的策略不可能佔便宜而入侵。例如全合作是一個對群體的佳策，但不穩定，因為一旦有一個不合作的突變，這個生物生存率反而為高。假以時日，他不合作的子孫就取代之原先合作之輩。前面已證明過，在 (1) 式成立時，不合作者無法入侵，因此「以牙還牙」是一種穩定策略。下面有幾個例子（參考資料3-6）。

一. 猴子吆喝助陣

在肯尼亞 (Kenya) 有一種猴子，受到威脅時就會吼叫，他的朋友也幫著吼叫以助其威。Seyfarth與 Cheney(參考資料5) 發現助陣的猴子大都是上次互相抓癢的猴子，不互相抓癢的猴子很少互相助陣。

二. 蝙蝠分血

在哥斯達尼加有一種吸血蝙蝠，若連續二天以上吃不到血，生命就有困難。因為這些蝙蝠棲息在一個洞裡，它們看到同伴快餓死的時候，竟會吐血分飲食（參考資料6），但有一個條件，即對方也會分給自己飲食。由此可見它們一定有個方法可以互相認識。

三. 珊瑚礁中的魚

在珊瑚礁中有一種小魚可為大魚清除牙齒中的寄生蟲，一方面自己也得到了食物，但大魚可以在小魚為他清完之後，一口把它吃掉，若他們見面機會少，大魚如此行乃最佳策略，由此可見因為珊瑚礁地域小，雙方必定可以互相認識。在大海之中，萍水相逢，一生只見一次，就從來看不見這種合作的魚了。

五. 結尾的話一再談人類的合作

人爪不如虎，力不如牛，而竟能遠遠凌駕於萬物之上，除了個人的雙手與大腦之外，還要靠合作。很早，人類為了合作而又不上當，在腦中用了相當大的塊區域專認人臉（參考資料1），因此舊朋友時隔多年，音容已改，仍然能互相認識（註七），這是大自然為我們合作所做的第一步，但這只限用於小圈子。圈子

大了,我們不能認識那麼多人,則我們的祖先發明了「錢」,只有當場拿到合作的確據“錢”,才不致於怕對方賴皮。因此陌生人之間也可以合作。一個經濟制度完善的國家,往往也是合作較好的國家。

根據 (1) 式,是不是對陌生人拿錢就不伸手幫忙了呢? 那也未必。要注意的是 (1) 式所表示的是一個不合作在「第一次做好人,以牙還牙」者中佔便宜的情形,並不代表了合作的全貌。因為並非每個人都採取此一策略,人心不同,各如其面。從另個角度看來,若以 ϕ 表示如果我合作對方就合作的或然率,而 θ 表示我不合作對方就不合作的或然率(當然 ϕ 與 θ 中已包含了再見面的機會),則當 $\phi R + S(1 - \phi) > \theta P + T(1 - \theta)$ 時應該幫忙,這個公式參數太多,不易看清它們之間的關係。因為我要首先幫忙,我們不妨假定 $\theta = 1$, 即我不幫忙,則不該奢望對方將來幫我,則在

$$\phi > \frac{P - S}{R - S} \quad (2)$$

時即可以先伸手幫忙。在很多情形下 (2) 是可以成立的,像給別人一個笑容。如果別人也回一個笑容,我的心情會好一天,若對方不合作也於我無損,在此情形下,先合作仍是值得的。在一個文明的社會裡,我們希望我們助人的成果不一定從對方身上得到恩報,而是希望他把這種助人的美德傳出去,則我助人的好處可由社會的進步收回來,但這個助人是有限度的,基本上不宜違反了「以牙還牙」的原則。

本文所討論的是可否合作,至於合作之後應如何因勞力多少而公平分配,也是數學

上一個有趣的問題,有興趣的讀者可以看一下參考資料8。

註一: 語出柏楊「死不認錯集」「一盤散沙」短文。

註二: 不合作並非中國人的特性,世界各民族都為同胞不能合作而悲憤。我的許多朋友都認為猶太人最團結,其實猶太人自己常常也被「窩裡反」所苦。這次與PLO 簽約所引起的內哄,並不遜於其他民族。

註三: 這類問題的統稱為囚犯的難題(prisoners' dilemma),是對局理論(game theory)中的主題之一。本問題之所以用囚犯,是指二個被隔開審問的疑犯。其實他們是同謀犯,在這種情形下,如兩個人的選擇是 A 說自己與對方都是無辜的(即合作的情形),B 說自己無辜而把對方的罪證交與審問官(即不合作情形)。我們很可以看出圖一也會得出 $T > R > P > S$ 的情形。這個例子比修車修房的例子嚴密一點,因沒有合作先後的時差,但 prisoners' dilemma 翻成中文好像不順口,因此我改了一個例子。

註四: 英文Tit for Tat 無法真譯,只好借用「以牙還牙」一語。

註五: 本式是根據參考資料1中之直覺證法,即有 ω^{n-1} 的機會見到第 n 次,若用期望值的定義, $Eg(X) = \sum g(n)P(n)$, 式中 $g(x)$ 為隨機變數 X 之所得,而 $P(n)$ 為 $X = n$ 之或然率。

則在本命題中， X 為接觸之次數，可得 $g(n) = nR$ ， $P(n) = W^{n-1}(1 - W)$ ，亦可得 $R/(1 - W)$ 之結果。在不合作之例中， $g(n) = [T + (n - 1)P]$ 。

註六：生物如何能從進化中的微變，而成了基本的變化。例如從低等幼年動物的飲食自理，到高等動物的哺乳，其中間各種過程何以能形成，現在從分子遺傳學上已有相當說服性的理論，因非關本文主旨，讀者有興趣可參看參考資料7。

註七：筆者曾做過影像識別的研究，發現即使同一時期的臉要辨認都很不容易，何況相隔幾年的臉，其辨認之困難，即使最好的計算機也不是短期內能解決的。

參考資料

1. R. Axelrod and W. D. Hamilton, "The evolution of cooperation", *Science*, March, 1981, 1390-1396.

2. R. Axelrod and D. Dion. "The further evolution of cooperation", *Science*, December, 1988, 1385-1389.
3. M. P. Lombardo, "Mutual restraint in tree swallows: a test for the tit for tat method of reciprocity", *Science*, March, 1985, 1363-1365.
4. M. Milinski, "Tit and Tat in sticklebacks and the evolution of cooperation", *Nature*, Jan. 1987, 433-435. (see also *Animal Behavior*, 1990, 987-1002.)
5. S. M. Seyfarth and D. L. Cheney, "Grooming, alliances and reciprocal altruism in vervet monkeys", *Nature*, April, 1984, 541-543.
6. G. S. Wilkinson, "Reciprocal food sharing in the vampire bat", *Nature*, March, 1984, 181-184.
7. M. Nei, *Molecular Evolutionary Genetics*, Columbia University Press, 1987.
8. 楊照崑，談公平，*數學傳播*，十六卷三期，1992，55-59。

—本文作者任教於美國佛羅里達大學
統計系—