

八十二學年度大學暨獨立學院入學考試

數學試題

(社會組)

* 本學科共分為兩部分。第一部分為單一選擇題，請將答案劃記在「答案卡」上。第二部分為非選擇題，請將答案寫在「非選擇題試卷」上。

第一部分：單一選擇題(共佔20分)

說明：下列第 1 題至第 4 題，每題 5 分，每題各有 5 個備選答案，請選出一個正確答案劃記在「答案卡」上。答錯倒扣題分之 1/4；整題完全不作答者，視同放棄，不給分亦不扣分。

1. 圓心在點 $(9,7)$ 同時又與圓 $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 15$ 相切的兩圓中較小者的半徑是
(A) $7\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) 5 (D) $2\sqrt{5}$ (E) $3\sqrt{5}$
2. $2x + 2\log_{10}(2 + 10^{-x}) - \log_{10}(\frac{1}{4} + 10^x + 10^{2x}) =$
(A) 2×10^x (B) $x \log_{10} \frac{1}{4}$ (C) 1
(D) $2 \log_{10} 2$ (E) $2x + 10^{2x}$
3. 設自然數 $n \geq 3$ ，且已知 $(1-x) + (1-x)^2 + \cdots + (1-x)^n$ 的展開式中 x^2 項的係數可表為 $an^3 + bn^2 + cn + d$ ，式中 a, b, c, d 為常數，則下列何者為真？
(A) $a = 1, d = b + c$ (B) $a + c = b + d$ (C) $a = c$
(D) $a = 3, b = 0$ (E) $a + b + c + d = \frac{1}{3}$
4. 某一工廠生產燈泡，12 個裝成一盒。工廠品質檢驗的方法是從每盒中任取 4 個來檢查，如有兩個或兩個以上的燈泡是壞的，則整盒淘汰。若某一盒有 5 個壞燈泡，則這一盒會被淘汰的機率是
(A) $\frac{19}{33}$ (B) $\frac{14}{55}$ (C) $\frac{70}{99}$ (D) $\frac{21}{55}$ (E) $\frac{14}{33}$

第二部分：非選擇題(共80分)

說明：在本部分中，第一題為填充題(共60分)，第二題及第三題為計算題(每題10分)。請都在「非選擇題試卷」上作答。注意：請勿將無理數或無限小數寫成有限小數，否則不予計分。例如：不要把 $\sqrt{2}$ 寫成 1.414，也不要將 $\frac{1}{3}$ 寫成 0.333。

一、填充題：本題共有十個空格，每個空格6分，請答在「非選擇題試卷」上的第 欄，務必寫上格號(A, B, ..., J)後，再寫答案。(為節省空間，本題作答請不要寫出演算過程。)

1. 設 a 為大於 1000 的自然數，且被 465 除後的餘數為 30，則 a 與 465 的最大公因數為 (A)。
2. 已知 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ，且 $\sin \theta$ 及 $\cos \theta$ 為 $2x^2 + px + q = 0$ 的兩個根，則判別式 $p^2 - 8q =$ (B)。
3. 若 a 與 $a + 2$ 為異號的兩實數，且均為方程式 $x^2 + |x| + 3k = 0$ 的解，則 $k =$ (C)。
4. 空間中有三向量 $\vec{OA} = (2, -1, 1)$, $\vec{OB} = (-3, 1, 2)$, $\vec{OC} = (1, 2, 1)$ ，則由此三向量所張的平行六面體的體積是 (D)。
5. 若 $f(x) = 2 \cos(\frac{\pi}{3} - x) - 2 \cos x - 3$ 的最大值是 M ，則 $M =$ (E)。
6. 設多項式 $h(x)$ 被 $x^2 - 1$ 除後的餘式為 $3x + 4$ ，並且已知 $h(x)$ 有因式 x 。若 $h(x)$ 被 $x(x^2 - 1)$ 除後的餘式為 $px^2 + qx + r$ ，則 $p^2 - q^2 + r^2 =$ (F)。
7. 在 $x \geq 0, y \geq 0, 4x + y \leq 4, 3x + 4y \leq 12$ 的條件下 $x + 2y$ 的最大值為 (G)。
8. 若 z 為複數，且滿足 $z + \frac{1}{z} = 1$ ，則 $z^{101} + \frac{1}{z^{101}} =$ (H)。
9. 有 4 個男生及 3 個女生排成一列。若要求男生須排在一起，女生亦須排在一起，則其排列法有 (I) 種。若只要求男生排在一起，則排列法有 (J) 種。(本題答案限用整數表示)

說明：以下第二、三題(各10分)為計算題。請將演算過程寫在「非選擇題試卷」上，先寫明題號(二、三)再作答。

二、若對於所有的實數 x ，不等式 $-(x + 1)^2 < (a - 2)x - a < (x - 1)^2 - 1$ 恆成之，試求實數 a 的範圍。

三、設 L 為通過拋物線 $\Gamma_1 : 2y - 3x^2 + 12x - 14 = 0$ 與拋物線 $\Gamma_2 : y + x^2 - 2x - 1 = 0$ 之兩交點的直線。求 Γ_1 的焦點 F 至 L 之距離。