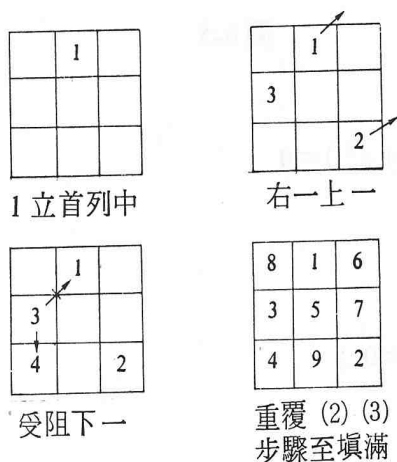


非三倍數的奇階鬼方陣簡易填製法

巫光楨

筆者平日對魔方陣十分感興趣，所以一發現有魔方陣填製法的介紹，都要急急看完，再動手試排，以加深印象。就筆者所知的奇階魔方陣各種填製法而言，其中最稱簡便易學的，當然非De La Loubère 發展之簡捷連續填製法莫屬，其口訣為『1立首列中，右一上一，受阻下一』：



圖一：以De La Loubère 的簡捷連續填製法填製三階魔方陣

(如果數字突出方陣外，將之移到反方向即可)

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 17 | 24 | 1 | 3 | 15 |
| 23 | 5 | 7 | 14 | 16 |
| 4 | 6 | 13 | 20 | 22 |
| 10 | 12 | 19 | 21 | 3 |
| 11 | 18 | 25 | 2 | 9 |

圖二：以De La Loubère 的簡捷連續填製法填製五階魔方陣

其餘相似的做法，舉述最多者當屬劉湘川所著之“數學遊戲——魔方陣之研究”，已包容筆者所知的所有類似填製法，今僅將其口訣

列出如下，有興趣者可自行依法填製：

- 〔1〕1立中央上，右一上一，受阻上二。
- 〔2〕1立首列中，右一上二，受阻下一。
- 〔3〕1立首列中，右一下二，受阻下一。
- 〔4〕1立首列中，右二上二，受阻下一。
- 〔5〕1立首列中，右二上二，受阻右一。
- 〔6〕1立首列中，右三上三，受阻右一。

以上各法簡便是簡便了，可惜的是：若不計旋轉、鏡射後的其它型態，每一種方法在每一階中只能得一種魔方陣，感覺上實不過癮。更高階的暫且不談，據悉：光五階魔方陣就有兩億七千多萬個。雖然一下子就可造出其中的一個，但也僅此一個而已！是否有一種同樣簡易的方法，可以不必使用輔助方陣，一筆連續填製出更多相異的魔方陣來呢？

在各種資料上遍尋不著之後，筆者開始利用電腦快速的運算來做試誤，結果發現用一筆就可填製出魔方陣的簡捷連續填製法真是數不勝數，更進一步發現到：如果不考慮三的倍數時，可造出任意奇數階鬼方陣(註)的簡捷連續填製法也不少。今將其中最為簡易、最具代表性者，列其口訣如下：

右二上一，受阻上二

相信各位讀者已注意到：使用以上口訣填製魔方陣時，起填位置已可任選而不受限制，意即：只要應用一個口訣，就可以一筆連續填製出 $5 \times 5 = 25$ 個五階魔方陣， $7 \times 7 = 49$ 個七階魔方陣， $11 \times 11 = 121$ 個十一階魔方陣……。當然除了改變起填位置外，也可應用鬼方陣的特性，將幾行或幾列移到方陣之左右或上下便可，例如圖三中的第二個方陣，就是將第一個方陣前二列移到下方而形成的。

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 1 | 10 | 14 | 18 | 22 |
| 13 | 17 | 21 | 5 | 9 |
| 25 | 4 | 8 | 12 | 16 |
| 7 | 11 | 20 | 24 | 3 |
| 19 | 23 | 2 | 6 | 15 |

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 25 | 4 | 8 | 12 | 16 |
| 7 | 11 | 20 | 24 | 3 |
| 19 | 23 | 2 | 6 | 15 |
| 1 | 10 | 14 | 18 | 22 |
| 13 | 17 | 21 | 5 | 9 |

圖三：以『右二上一，受阻上二』口訣填製的五階魔(鬼)方陣二列

| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 38 | 26 | 14 | 44 | 32 | 20 |
| 25 | 13 | 43 | 31 | 19 | 7 | 37 |
| 49 | 30 | 18 | 6 | 36 | 24 | 12 |
| 17 | 5 | 42 | 23 | 11 | 48 | 29 |
| 41 | 22 | 10 | 47 | 35 | 16 | 4 |
| 9 | 46 | 34 | 15 | 3 | 40 | 28 |
| 33 | 21 | 2 | 39 | 27 | 8 | 45 |

圖四：以『右二上一，受阻上二』口訣填製的七階鬼方陣

詳細檢視圖三的五階鬼方陣，還可發現它有一些有趣的特性：

- (1) 任取一數為中心和其上下左右等距的四數之和必相等：例如取 17 為中心，
則 $17 + 10 + 4 + 13 + 21 = 65$
 $17 + 23 + 11 + 9 + 5 = 65$
- (2) 任取一數為中心和其斜向等距的四數之和必相等：例如取 17 為中心，
則 $17 + 1 + 14 + 25 + 8 = 65$
 $17 + 15 + 6 + 3 + 24 = 65$

以『右二上一，受阻上二』口訣填製非三倍數的奇階魔方陣是十分方便了，但若為三的

倍數的奇階魔方陣，例如：3 階、9 階、15 階、21 階……魔方陣類道不能用此口訣填出來嗎？答案是肯定的。只不過起填位置將有一些限制，造出的也不再是鬼方陣了，不過這限制對魔方陣填製已有認識者，並不會構成困擾，因為你會發現傳統的『1 立首列中』、『1 立中央上』都仍可適用，其餘的就請你自行命名吧！下面以圖示將 3 階及 9 階方陣可用之起填位置標示出來讓您參考，15 階以上位置更多了，請自行尋找：

| | | |
|--|---|--|
| | ○ | |
| | | |
| | | |

圖五：以『右二上一，受阻上二』口訣填製三階魔方陣時的起始位置

| | | | | | | |
|--|---|--|---|--|---|--|
| | ○ | | ○ | | ○ | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | ○ | | ○ | | ○ | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | ○ | | ○ | | ○ | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

圖六：以『右二上一，受阻上二』口訣填製九階魔方陣時的可用起始位置

筆者才疏學淺，見識不足，以上所述，若有錯誤之處，尚祈不吝指正，不勝感激之至。
(電話 035-991030 巫光楨)

註： n 階鬼方陣除了滿足魔方陣的定義：「每行、每列及兩對角線上的 n 個數字之和都相同」外，還具有下列性質：「把兩個完全一樣的方陣左右並列或上下並排，每一排和對角線平行的 n 個數字之和都和方陣內每行數字之和相同。」換句話說，把一個鬼方陣最上(或下)一列搬到最下(或上)面或者把最左(或右)邊一行移到最右(或左)邊，又得一個新的鬼方陣。

(本文作者任教於新湖國小)