

著作評介

評介蔡聰明、楊維哲編著：

「普通數學教程」一書

黃武雄

書名：普通數學教程—講義及演習

編著者：蔡聰明、楊維哲。

全書 646 頁，文仁出版社印行。65 年 8 月出版

科學中文化是中國人正確的方向，是恢復民族自信心的有效途徑之一。早在民國 21 年，羅家倫先生就大聲疾呼過：「中國若要有科學，科學應當先說中國話。」經過這麼多年了，我們的成績在那裏呢？舉個例來說，對於國內想上進的高中生或失學青年，我們開得出一系列好的科學中文書嗎？

只有等到中國人都以使用中文爲榮的時候，才是民族自信心恢復，以及科學生根之日。我們引領企盼這一天早日來到。

在目前這種洋文高於一切的情況之下，我們欣見有「普通數學」這樣的基礎課程，用中文來書寫，來問世。這本書是根據兩位編者在臺大講授大一普通數學（從前的課程名稱叫做微積分）的講義整理出來的，內容除了包括傳統的微積分（§0—§20）之外，還加上以疊合原理爲核心概念的線性代數及線性分析，如線性空間，線性映射，線性方程組，線性微分方程，線性差分方程等（§21—§29），以及機率論與統計學的簡介（§30—§34）。包羅了這些材料，便是編者所指的「普通數學」！

以下我們就逐次來介紹這本書的特色：

(1)用中文書寫。對各種概念和結論講解清晰，論證自然，很能把握各個主題的旨趣和思路。對於數學有興趣的高中生或失學青年，自修研讀並不會有什麼困難。對於中學數學教師，這本書或許不失爲好的進修教材。

(2)不採用“ $\epsilon - \delta$ 式”的說法講極限。極限是建立微積分的基礎，傳統的微積分書，往往花很多篇幅來介紹“ $\epsilon - \delta$ 式”的極限概念。這部分一向是初學者最覺困擾的地方，不但沒有讓初學者得到清晰的概念，反而阻擋他們通往微積分的道路，完全得不償失。Newton 和 Leibnitz 不能寫出“ $\epsilon - \delta$ 式”的極限定義，但這並不影響他們對微積分的創造和了解。本書摒棄“ $\epsilon - \delta$ 式”的說法，完全訴諸讀者的直觀。譬如，只要讀者知道 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1/n) = 0$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$ ，再加上夾擊原則：設 $a_n \leq c_n \leq b_n$ ， $n = 1, 2, \dots$ ，若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = c$ ，即兩頭趨近於共同的極限值，則中間數列的極限值沒有其它選擇，也必等於這個共同極限值；這樣初學者就可以毫無困難地學習微積分了。

在這種安排之下，得以省略一大堆準備工作，單刀直入就可以展開微積分的學習。對於理工學院急於須要使用微積分工具的讀者，非常方便，可以避免數學工具趕不上物理課要用的毛病。

(3)從定積分開始說起。傳統的微積分教學，通常都由微分講起，然後再講積分，所持的理由是微分比積分容易得多。可是歷史的發展卻從積分開始，本書就採用這種歷史次序來講授，強調「分割，取樣，求和，取極限」的操作過程，這在數學中是很原始的想法。利用這個想法來求一些初等函數的定積分，磨鍊一些常見的計算技巧。

(4)強調連續與離散之間的類推。前者就是微分與積分，後者就是差分與和分；前者有微積分根本定理，後者有差和分根本定理。在類推的觀照下，易於掌握所學的東西，這是本書特別強調的一點。

(5)強調微分與線性逼近的關係。微分與積分固然是由於處理物理世界的實用問題而發展的（本書強調了這點），但是更強調，利用這兩個工具，透過逼近的想法，來研究函數的種種性質，由此而導出積分的近似計算，Taylor 展開，最小方差法，以及逐步逼近求根的想法。本書除了引導讀者觀看各式各樣的樹木之外，還不忘時時刻刻指明整個森林的形貌，以及各樹在森林中的相關地位和來龍去脈，這點相當可貴。

(6)對於重要結果或問題的獲致，注重展示其內容意義和方法論諸方面。這樣才能真實掌握住所學的東西。目前我們所看到的數學多半是「工具箱式的數學」，這種數學把前人用來打老虎和獵野豬等留下來的工具，編列成定義定理和證明三部曲，看來看去，美則美矣，但是學了之後不知所云。我們真正應該學的是，了解工具的來源和性能，以及如何使用工具。本書努力在作這種嘗試。

(7)介紹 Lebesgue 積分的概念，並拿它跟古典的 Riemann 積分互相比較。對於離散情形的 Lebesgue 積分概念只是一種比 Riemann 積分更有效的估計總和的想法而已。本書將它放在大一普通數學中講授。機率論中的數學期望值，事實上就是 Lebesgue 積分的概念！

(8)強調疊合原理。每遇到一個算子時，本書總是不忘看看疊合原理是否成立，譬如導微操作與積分操作，因為它是「以簡御繁」的依據，也是一切線性分析學的基礎。這在解線性方程式時，表現得最為淋漓盡致。本書選用疊合原理來處理韓信點兵的問題，可說是乾淨俐落，這在其它地方似未曾見過。

(9)例題豐富，部分重要習題附有詳細解答。增加讀者的方便。

(10)機率論與統計學的簡介：本書也將這些材料併入普通數學教程，似乎值得嘗試。