

# 面積問題

(徵答對象：職業、年齡不拘)

汪治平

本文作者現就讀於高雄中學高三。

在一張方眼箋上，我們可以看到許多直的、橫的線。這些線構成了許多交點。我們很容易就找到座標系，使得這些交點（習稱格子點）的座標為整數序對。

現在我們在方眼箋上找有限多個格子點，並且把它們用直線段依序連接起來，就圍成一個封閉區域（如圖一）。這種封閉區域的面積並不難求，只需將將它分割成許多三角形或矩形，分別來求它們的面積再相加（例如圖一之面積為 67）便可。但我們現在將用另一個方式來討論它的

面積，面積以符號  $A$  表示。

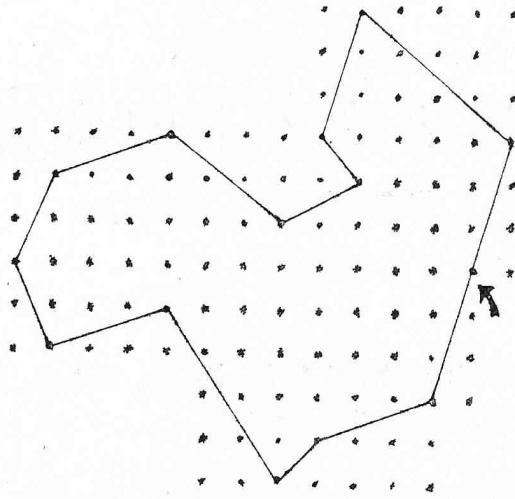


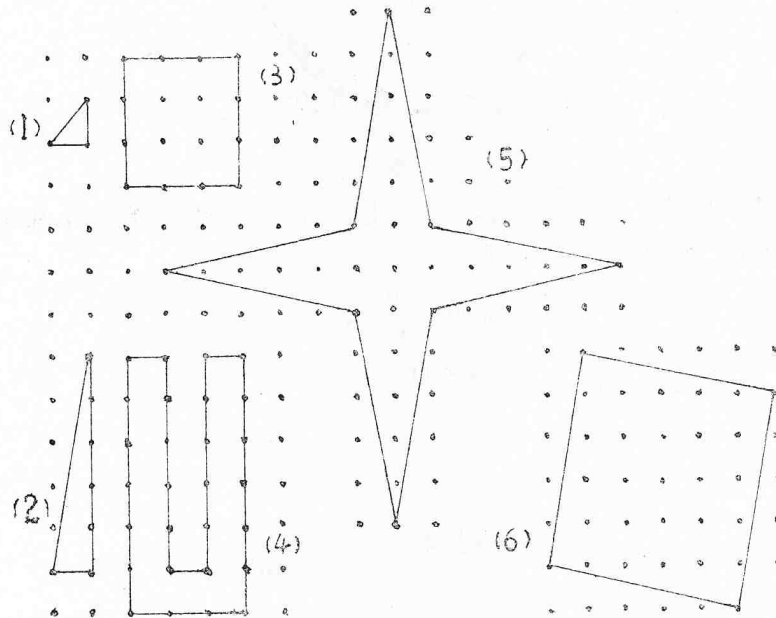
圖 一

首先，我們定義兩個名稱以便於討論：

①內部格子點數：顧名思義，此即為封閉區域內部的格子點的個數，姑且以  $n$  表之。當然  $n$  是正整數或零。例如圖一的內部點數為 61。

②邊界格子點數：此即為封閉區域邊界上的格子點的個數，姑且以  $p$  表之。例如圖一邊界點數為 14（注意：圖一下方箭頭所指的點，也是邊界格子點）。

為方便大家解答，下面幾個圖形提出來做參考：



(1)  $n = 0, p = 3, A = 0.5$

(2)  $n = 0, p = 7, A = 2.5$

(3)  $n = 4, p = 12, A = 9$

(4)  $n = 0, p = 28, A = 13$

(5)  $n = 21, p = 8, A = 24$

(6)  $n = 25, p = 4, A = 26$

問題：(1)若有兩個封閉區域，其  $p, n$  值皆相等，是否可斷言其面積相等？

(2)若(1)成立，可否找到一個公式，使得封閉區域之面積可用  $p, n$  之值簡單表出？