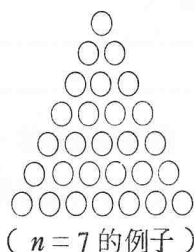


上期徵答問題

圓圈排列如下圖。



試問，最少要用多少個 \bigcirc 或 $\bigcirc\bigcirc$ 才可以將上圖完全覆蓋住？如果用 $f(n)$ 表示這個數目，則 $f(1)=f(2)=1$ ， $f(3)=3$ ， $f(4)=4$ ，一般而言， $f(n) \geq n(n+1)/6$ ，問題是 $f(n) = ?$

參考解答 I (張鎮華提供)：

小圓圈的總數是 $n(n+1)/2$ ，所以最少要用 $n(n+1)/6$ 個 $\bigcirc\bigcirc$ 或 $\bigcirc\bigcirc$ (以下稱為二階三角形) 才可以將整個圖蓋住，也就是 $f(n) \geq n(n+1)/6$ 。事實上

$$n(n+1)/6 = \begin{cases} 0 \pmod{6} & \\ \text{當 } n=0, 2 \pmod{3}, & \\ 2 \pmod{6} & \\ \text{當 } n=1 \pmod{3}. & \end{cases}$$

因此 $f(n) \geq \lceil (n^2+n+4)/6 \rceil$ 其中 $\lceil x \rceil$ 表示小於或等於 x 的最大整數。最好的情況是能用 $n(n+1)/6$ 個不重疊的二階三角形蓋滿 (當 $n=0$ 或 $2 \pmod{3}$ 時)，或者用 $(n^2+n-2)/6$ 個不重疊的二階三角形蓋得最後只剩下一个小圓圈 (當 $n=1 \pmod{3}$ 時)。將

優勝名單

9301 優勝名單

優良：洪國勝

李昆育 (建國中學)

楊穎堅

胡豐榮 (台中師專)

張國良 (台大農工)

良好：李家生

李文肇 (光仁中學)

陳國經 (建國中學)

施信宏 (成大數學)

劉立

胡國楨 (中山化學)

9302 優勝名單

無人應答

問題詳解：

9301 覆蓋個數 (張鎮華提供)

將 $1+2+\dots+n = n(n+1)/2$ 個小