

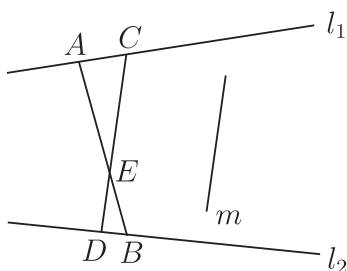
《徵求最簡答案的回響》

葉東進

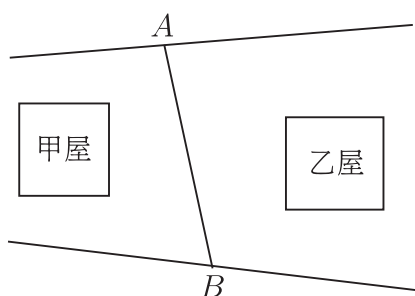
數學傳播 97年6月32卷2期 p.86。

問題:

已知三直線 l_1 、 l_2 及 m , A 、 B 分別是 l_1 、 l_2 上的定點。今問: 能否用尺規作圖的方法在 l_1 與 l_2 上分別找到點 C 及 D , 使得 CD 平行 m , 且 $\triangle ACE$ 及 $\triangle BDE$ 兩者的面積相等?



上述問題乃源於下面這一現實問題, 因此頗有應用價值:



甲、乙二屋平行同向且分別座落在相鄰的兩塊土地上, AB 是地政所鑑定的土地界線。兩屋主人都同意要另找一條界線, 它能夠與屋子平行同向且保持兩人原有的土地面積不變。

上面鑑界現象在農村相當普遍。

附: 作者提供台幣三千元獎勵提出最簡答案者。

編輯部11月12日寄來資料，共有八位應徵者，其中有教授、博士生、高中教師、高中生與國中生。回應情況雖算不上熱烈，也足堪欣慰，令人想起季刊創刊初期興起的那股問題的討論熱潮。對照現今紛擾的社會氛圍，〈徵題〉的回應又隱然讓人嗅得那道一直存在的沉靜的理性之光。在所有的應徵中，出現的最簡答案是：

欲找之直線 CD ，其與直線 m 之間距是點 A 與點 B 兩者至 M 的距離的幾何均數。(請見原問題，登於32卷2期)

哇！這答案是如此簡潔明白。它來自張海潮教授的應徵文裡：

如數學傳播 97 年 6 月 32 卷 2 期 p.86 的圖。

我們假設直線 m 是水平的，亦即斜率為 0， l_1, l_2 的交點是原點 O (l_1 如果平行 l_2 ，問題很簡單，不必討論)， $A = (a, b)$ ， $B = (c, d)$

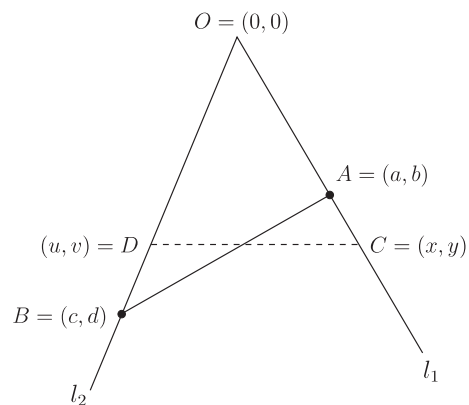
問題：求作點 C, D 使 \overline{CD} 水平，並且

$$\triangle DOC = \triangle BOA \text{ (面積相等)}。$$

解答：取 y ，使 $y^2 = bd$ ，則有 $v = y$

$$\text{並且 } x = \frac{y}{b}a, u = \frac{y}{d}c$$

$$\begin{aligned} \triangle DOC &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} u & v \\ x & y \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \frac{yc}{d} & y \\ \frac{ya}{b} & y \end{vmatrix} = \frac{1}{2} y^2 \left(\frac{c}{d} - \frac{a}{b} \right) \\ &= \frac{1}{2} bd \left(\frac{c}{d} - \frac{a}{b} \right) = \frac{1}{2} (bc - ad) = \triangle BOA. \end{aligned}$$



至於作 y 使 $y^2 = bd$ ，是簡單的，此處略去。

感謝所有的應徵者，感謝編輯部提供的機會。